

5.3. Інтерференція світла

Інтерференцією світла називають явище взаємного підсилення та ослаблення інтенсивності світла при накладанні двох чи більшої кількості когерентних хвиль. При інтерференції відбувається просторовий перерозподіл енергії світла, і на екрані можуть утворюватися області більш освітлені, яким відповідають максимуми інтенсивності світла, і менш освітлені області, де інтенсивність світла виявляється мінімальною. Таку регулярну сукупність максимумів та мінімумів просторового розподілу інтенсивності світла, викликану явищем інтерференції, називають *інтерференційною картиною*. Як правило, вона має вигляд майже періодичної послідовності світлих та темних смужок на екрані або – в залежності від умов експерименту – послідовності темних та світлих кілець, що по чергово охоплюють одне одного.

Світло є електромагнітною хвилею, густина енергії якої складається з густин енергії електричного та магнітного полів, $e = e_{ел} + e_{маг}$, причому густини енергії електричного поля і енергії магнітного поля хвилі є рівними між собою: $e_{ел} = e_{маг}$. Перенесення енергії світловою хвилею описують інтенсивністю, яка визначається добутком середньої енергії електромагнітного поля хвилі на швидкість її поширення, або $I = \bar{e}v$. В цьому виразі середнє значення енергії \bar{e} вміщує енергію як електричного, так і магнітного поля хвилі.

Проте дія електричного поля хвилі на електрони, зазвичай, значно сильніша від дії магнітного поля. Дійсно, на електрон з боку електромагнітного поля діє сила

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e[\vec{v}\vec{B}],$$

де враховано, що заряд електрона від'ємний і рівний $-e$, \vec{E} – вектор напруженості електричного поля хвилі, \vec{v} – швидкість електрону, \vec{B} – вектор індукції магнітного поля хвилі. Врахуємо, що $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$, де \vec{H} – вектор напруженості магнітного поля, та отримаємо

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e\mu_0[\vec{v}\vec{H}].$$

Миттєві значення напруженостей електричного та магнітного полів хвилі задовольняють виразу $\sqrt{\epsilon_0}E = \sqrt{\mu_0}H$, а швидкість світла – $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$.

З використанням цих співвідношень легко переконатися, що величина внеску магнітної складової до повної сили \vec{F} значно менша за внесок її електричної складової:

$$e\mu_0 |[\vec{v}\vec{H}]| \leq e\mu_0 vH = ev\sqrt{\mu_0\epsilon_0}E = e\frac{v}{c}E \ll eE,$$

оскільки в конденсованих речовинах швидкості електронів ($v \sim 10^6$ м/с) значно менші за швидкість світла $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, тобто $\frac{v}{c} \sim 10^{-2} \ll 1$.

Досліди підтверджують цей висновок. Наприклад, явище фотоефекту, фотохімічні реакції, дія світла на око, фотолюмінесценція тощо, визначаються лише дією вектора напруженості \vec{E} електричного поля хвилі, тому цей вектор інколи називають *світловим вектором*.

Очевидно, що при явищі інтерференції спостережуваним і діючим може вважатися також саме світловий вектор. Таким чином, ослаблення чи підсилення освітленості, яке спостерігається при інтерференції, мають бути пояснені зменшенням чи збільшенням результуючої напруженості (точніше, її амплітуди) електричного поля при накладанні двох хвиль.

5.3.1. Когерентність

Розглянемо накладання електричних полів двох світлових хвиль. Для спрощення припустимо, що вектори напруженості їх електричних полів коливаються в однаковому напрямку (вздовж однієї осі). У загальному ж випадку коливання векторів напруженості електричного поля обох хвиль можна записати у вигляді

$$\vec{E}_1(t) = \vec{E}_{\max}^{(1)} \cos(\omega_1 t + \varphi_1^{(0)}), \quad \vec{E}_2(t) = \vec{E}_{\max}^{(2)} \cos(\omega_2 t + \varphi_2^{(0)}),$$

де $\vec{E}_{\max}^{(1)}$, $\vec{E}_{\max}^{(2)}$ – амплітуди напруженостей обох полів, причому прийнято, що $\vec{E}_{\max}^{(1)} \uparrow \uparrow \vec{E}_{\max}^{(2)}$, ω_1 , ω_2 – частоти обох хвиль, $\varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$ – початкові фази коливань полів у вибраній точці простору. Відповідно, фази цих коливань дорівнюють $\varphi_1 = \omega_1 t + \varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2 = \omega_2 t + \varphi_2^{(0)}$.

З методу векторних діаграм знаємо, що при складанні двох незалежних коливань, квадрат амплітуди результуючого коливання може бути записаний у вигляді:

$$E_{\max}^2 = |E_{\max}^{(1)}|^2 + |E_{\max}^{(2)}|^2 + 2|E_{\max}^{(1)}||E_{\max}^{(2)}|\cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Врахуємо тепер, що інтенсивність хвилі прямо пропорційна квадрату амплітуди: $I \sim E_{\max}^2$, причому $I_1 \sim |E_{\max}^{(1)}|^2$, $I_2 \sim |E_{\max}^{(2)}|^2$. Отже, знаходимо, що

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1^{(0)} - \varphi_2^{(0)}).$$

Як зазначалося, частоти світлових хвиль надзвичайно великі. Тому коли $\omega_1 \neq \omega_2$ усереднення косинуса за час $t \gg \frac{1}{|\omega_1 - \omega_2|}$ фактично зануляє відповідний доданок у правій частині цього виразу. Це означає, що інтенсивність світла при накладанні хвиль від двох джерел з різними частотами визначається сумою інтенсивностей цих хвиль:

$$I = I_1 + I_2.$$

Таким чином, приходимо до важливого висновку, що не відбувається взаємного підсилення або ослаблення, яке проявляє себе в утворенні максимумів та мінімумів інтенсивності, при накладанні двох хвиль з різними частотами світла.

Більше того, експерименти свідчать, що при накладанні світла від двох звичайних джерел з однаковими частотами $\omega_1 = \omega_2$, чи навіть при накладанні світла від двох різних ділянок одного джерела, інтерференція не спостерігається, а результуюча інтенсивність дорівнює сумі інтенсивностей і просторового підсилення-ослаблення інтенсивності не спостерігається. Причина цього полягає в особливостях механізмів випромінювання світла атомами чи молекулами. По-перше, атоми випромінюють світло самочинно, а по-друге, таке випромінювання здійснюється протягом дуже малого відрізка часу $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-7}$ с. Отже, випромінене джерелами світло представляє собою набір короткочасних хвильових пакетів, які називають *цугами* хвиль (на рис. 61 зображено такий цуг).

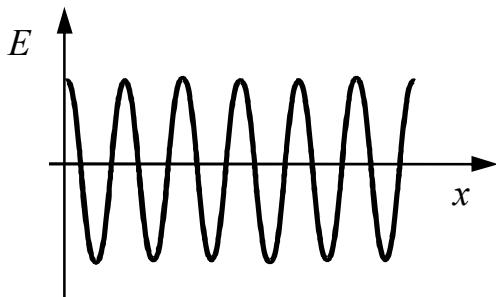


Рис. 61

В результаті такого процесу випромінювання початкові фази $\varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$ коливань полів обох хвиль будуть випадковими функціями від часу і інтерференція не проявлятиметься. Внаслідок хаотичності різниці фаз обох хвиль усереднення косинусу в правій частині виразу для інтенсивності дасть нуль. Тому і в цьому випадку результуюча інтенсивність світла визначається сумою інтенсивностей обох хвиль.

Таким чином, приходимо до висновку, що при накладанні двох хвиль інтерференція буде спостерігатися тільки в тому випадку, коли хвилі мають однакову частоту, а різниця їх фаз не залежить від часу. Такі хвилі називаються *когерентними*. Когерентними називають і джерела, що випромінюють когерентні хвилі.

Для таких хвиль інтенсивність світла має визначатися за формулою

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1^{(0)} - \varphi_2^{(0)}),$$

де $\varphi_1^{(0)} - \varphi_2^{(0)} = \text{const}$.

Легко бачити, що у точці інтерференційного максимуму інтенсивність світла описується виразом:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2,$$

який враховує, що в точках найбільшої освітленості вектори напруженостей обох хвиль коливаються синфазно, тобто $\varphi_1^{(0)} - \varphi_2^{(0)} = 2m\pi$, де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

В точках інтерференційного мінімуму інтенсивність світла відповідно зменшується:

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2,$$

в якому, навпаки, враховано, що в точках найменшої освітленості вектори напруженостей обох хвиль коливаються протифазно, коли $\varphi_1^{(0)} - \varphi_2^{(0)} = (2m + 1)\pi$, де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Зауважимо, що гармонічні хвилі з однаковими частотами та з фіксованими напрямками векторів напруженості електричного поля завжди є когерентними.

5.3.2. Інтерференція двох плоских когерентних гармонічних хвиль

Розглянемо два джерела світла, які на рис. 62 позначені S_1 та S_2 . Припустимо, що ці джерела випромінюють гармонічні плоскі хвилі з однаковими частотами. Покладемо, що у хвиль однакові амплітудні напруженості електричних полів, тобто рівні модулі цих векторів, і вони лежать вздовж однієї осі, яка перпендикулярна до площини рисунку. Такі хвилі є за означенням когерентними.

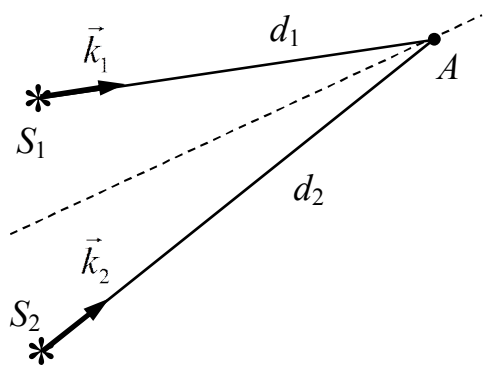


Рис. 62

Припустимо, що вони поширюються у середовищах з різними показниками заломлення: перша – у середовищі з

показником заломлення n_1 , а друга – у середовищі з показником заломлення n_2 (межа між цими середовищами на рис. 62 умовно позначена пунктиром). Хвильові числа k_1 і k_2 цих хвиль будуть різними (див. рис. 62), саме внаслідок припущення, що $n_1 \neq n_2$. Крім того, хвильові вектори \vec{k}_1 і \vec{k}_2 обох хвиль мають різні напрямки, через що хвилі будуть накладатися.

Розрахуємо вектор напруженості електричного поля в точці A , яка знаходиться на відстані d_1 від джерела S_1 та на відстані d_2 від джерела S_2 . Запишемо вектор $\vec{E}(A,t)$ результуючої напруженості в цій точці:

$$\vec{E}(A,t) = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - k_1 d_1) + \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - k_2 d_2),$$

де припускається, що початкові фази обох хвиль дорівнюють нулеві.

Зважаючи на те, що світлові вектори обох хвиль колінеарні, перепишемо цю суму для проекції результуючого електричного поля хвилі:

$$E(A,t) = 2E_{\max} \cos\left(\frac{k_2 d_2 - k_1 d_1}{2}\right) \cos\left(\omega t - \frac{k_2 d_2 + k_1 d_1}{2}\right).$$

Звідси знаходимо, що при накладанні в точці A двох когерентних плоских хвиль амплітудне значення поля хвилі має вигляд

$$E_{\max}(A) = 2E_{\max} \left| \cos \frac{k_2 d_2 - k_1 d_1}{2} \right|.$$

Врахуємо, що $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{2\pi n_1}{\lambda}$, а $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{2\pi n_2}{\lambda}$, де λ_1 і λ_2 – довжини цих хвиль, а λ – довжина цих хвиль, якби вони поширювалися у вакуумі.

В результаті, легко перевірити, що остаточний вираз для амплітуди коливань поля у точці A набуде вигляду:

$$E_{\max}(A) = 2E_{\max} \left| \cos \frac{\pi(n_2 d_2 - n_1 d_1)}{\lambda} \right|.$$

Видно, що величина амплітуди результуючого коливання залежить від різниці добутків показників заломлення на відстані, що проходять хвилі. Цю величину називають *оптичною різницею ходу* і визначають як величину

$$\Delta = n_2 d_2 - n_1 d_1.$$

Зрозуміло, що для одного середовища $\Delta = n(d_2 - d_1)$.

Неважно пересвідчитись, що у точці A спостерігатиметься інтерференційний максимум, якщо модуль косинусу у виразі для амплітуди буде максимальним, тобто коли виконується рівність

$$\frac{\pi\Delta}{\lambda} = m\pi,$$

де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – як завжди ціле число.

Отже, інтерференційний максимум відповідає такій оптичній різниці ходу двох променів, коли вона кратна цілому числу довжин хвиль цих променів у вакуумі або

$$\Delta = m\lambda.$$

Навпаки, якщо цей косинус дорівнюватиме нулю, то на інтерференційній картині сформується мінімум поля. Умова такого мінімуму визначається співвідношенням

$$\frac{\pi\Delta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + m\pi.$$

Звідси знаходимо, що оптична різниця ходу, для якої виникає інтерференційний мінімум, має бути кратною непарній кількості півдовжин хвиль

$$\Delta = \frac{2m+1}{2}\lambda.$$

Оскільки обрана нами точка A у просторі довільна, то можна зробити висновок, що змінюючи точку спостереження інтерференційної картини в цілому, будемо переходити від місць з відносно більшою (максимальною) освітленістю до місць з мінімальною освітленістю. Решта точок буде мати проміжну освітленість.

5.3.3. Дослід Юнга

На рис. 63 наведено схему досліду для спостереження інтерференції, який був запропонований англійським оптиком Юнгом. Схема включає точкове джерело S монохроматичного світла, непрозору площину та екран. В непрозорій площині зроблено два маленьких отвори. Вони, внаслідок їх освітлення джерелом S , самі починають грати роль джерел світла. Позначимо їх S_1 та S_2 . Оскільки джерело S є рівновіддаленим від отворів і лежить на перпендикулярі до непрозорої площини, який проведено до середини відрізка, що сполучає ці отвори, то «нові» джерела виявляються точковими та когерентними. Відстань між S_1 та S_2 на схемі позначено d . На відносно великій відстані ℓ від непрозорої площини розташовано плоский екран. Площина екрану паралельна непрозорій площині. Світлові промені від джерел S_1 та S_2 утворюють на екрані інтерференційну картину.

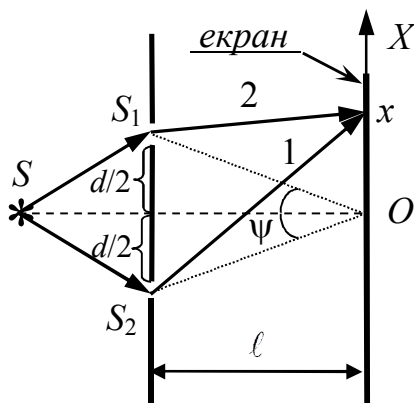


Рис.63

Знайдемо різницю ходу для двох довільних променів 1 та 2, які поширюються від джерел S_1 та S_2 до екрану. Введемо координатну вісь OX , що лежить в площині екрану, є паралельною до відрізка S_1S_2 і проходить через точку O , яка, в свою чергу, є початком відліку і лежить на серединному

перпендикулярі до відрізка S_1S_2 . Відстань між S_1 та S_2 на схемі позначено d . На відносно великій відстані ℓ від непрозорої площини розташовано плоский екран. Площина екрану паралельна непрозорій площині. Світлові промені від джерел S_1 та S_2 утворюють на екрані інтерференційну картину.

перпендикулярі до цього відрізка. Координату довільної точки на екрані, до якої можуть сходитися обидва промені 1 та 2, позначимо x .

Легко бачити, що оптична різниця ходу цих променів визначатиметься по суті лише різницею відстаней, оскільки промені поширюються в одному середовищі:

$$\frac{\Delta}{n} = \sqrt{\ell^2 + \left(\frac{d}{2} + x\right)^2} - \sqrt{\ell^2 + \left(\frac{d}{2} - x\right)^2},$$

де n – показник заломлення цього середовища (якщо це не повітря, то звичайно $n \neq 1$).

Врахуємо, що за припущенням $x \ll \ell$, $d \ll \ell$. Тоді, скориставшись цим, різницю ходу можна суттєво спростити, звільнившись від коренів:

$$\begin{aligned} \Delta &= n\ell\left(1 + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{d}{2} + x\right)^2}{\ell^2}\right) - n\ell\left(1 + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{d}{2} - x\right)^2}{\ell^2}\right) = \\ &= \frac{n}{2\ell} \left(\frac{d}{2} + x\right)^2 - \frac{n}{2\ell} \left(\frac{d}{2} - x\right)^2 = \frac{nx d}{\ell}. \end{aligned}$$

Знову-таки при накладанні променів на екрані сформується серія освітлених та затемнених смуг. При цьому максимум, або освітлена смуга, буде спостерігатися, коли знайдена різниця ходу кратна цілому числу m довжин хвиль:

$$\Delta = \lambda m.$$

Звідси приходимо до виразу положення m -го інтерференційного максимуму:

$$x_{\max}^{(m)} = \frac{\lambda \ell}{nd} m.$$

З іншого боку, мінімум інтерференційної картини, або затемнене місце, буде розташоване у тих точках екрану, для яких різниця ходу кратна непарній кількості півдовжин хвиль:

$$\Delta = \frac{\lambda}{2} (2m + 1).$$

Тим самим отримуємо положення точки m -го мінімуму

$$x_{\min}^{(m)} = \frac{\lambda \ell}{2nd} (2m + 1).$$

Шириною інтервенційної смуги називають відстань між сусідніми мінімумами (або максимумами). З останніх формул знаходимо, що в досліді Юнга ширина інтерференційної смуги визначається виразом

$$\Delta x_{\lambda} = x_{\min}^{(m)} - x_{\min}^{(m-1)} = \frac{\lambda \ell}{nd},$$

який не залежить від m , що свідчить про періодичність інтерференційної картини на екрані.

З рис. 63 видно, що виконується геометричне співвідношення $d/2\ell = \operatorname{tg}(\psi/2)$. Для нерівності $d \ll \ell$ можна покласти $d/\ell = \psi$. Тоді вираз для ширини інтерференційної смуги набуває вигляду

$$\Delta x_\lambda = \frac{\lambda}{n\psi},$$

де ψ є кут, під яким з точки O видно випромінюючі джерела S_1 та S_2 .

З наведеної формули випливає також, що для збільшення ширини (періоду) інтерференційної смуги слід зменшувати кут ψ , тобто віддаляти екран, і зближувати отвори.

Для отримання більш чіткої (з більш великою освітленістю) інтерференційної картини замість отворів на непрозорій площині використовують дві паралельні тонкі щілини.

Коли кут ψ малий, то амплітуди хвиль від джерел S_1 та S_2 майже не змінюються вздовж осі x (див рис. 63), і тому при розрахунку інтенсивності можна вважати, що амплітуди обох хвиль однакові. За умови виконання цього наближення квадрат амплітуди поля на екрані визначатиметься з виразу

$$E^2(x) = E_{\max}^2 + E_{\max}^2 + 2E_{\max}^2 \cos \frac{2\pi nxd}{\ell\lambda},$$

де E_{\max} – амплітуда електричного поля інтерферуючих хвиль, а $\frac{2\pi nxd}{\ell\lambda} = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця фаз цих хвиль при їх поширенні від отвору до екрану.

Здійснимо прості тригонометричні перетворення:

$$E^2(x) = 2E_{\max}^2 \left(1 + \cos \frac{2\pi nxd}{\ell\lambda}\right) = 4E_{\max}^2 \cos^2 \frac{\pi nxd}{\ell\lambda}$$

і врахуємо, що інтенсивність хвилі є прямо пропорційною квадрату амплітуди поля. Тоді негайно приходимо до виразу залежності інтенсивності світла на екрані від координати x :

$$I(x) = I_{\max} \cos^2 \frac{\pi nxd}{\ell\lambda}, \quad \text{або} \quad I(x) = I_{\max} \cos^2 \frac{\pi x}{\Delta x_\lambda},$$

де I_{\max} – інтенсивність світла у точці інтерференційного максимуму, а величина

$\frac{\ell\lambda}{nd}$ визначає просторовий період розподілу інтенсивності на екрані. Видно, що

просторовий період розподілу інтенсивності дорівнює ширині інтерференційної

смуги: $\frac{\ell\lambda}{nd} = \Delta x_\lambda$.

Можна також стверджувати, що оскільки у досліді Юнга джерело світла є монохроматичним, то спостережуване явище інтерференції, або розподіл інтенсивності світла поблизу центру екрану, описується гармонічною функцією.

Зауважимо, що при розгляді інтерференції світлових хвиль не брався до уваги напрямок векторів напруженостей електричних полів хвиль, тобто фактично розглядалося скалярне наближення. Дійсно, з рис. 63 видно, що коли вектори електричних полів обох хвиль лежать у площині рисунку чи направлені перпендикулярно до нього, то їх сумарна інтенсивність на екрані буде різною. Проте використане наближення є виправданим, бо завжди виконуються нерівності $\Delta x \ll \ell$ та $\Delta x \ll d$. А за таких умов врахування точного напрямку напруженостей електричного поля хвиль майже не впливає на остаточний результат розрахунку, що можна перевірити експериментально і що відповідні досліди підтверджують.

5.3.4. Час когерентності, довжина когерентності

Як вже зазначалося, причиною відсутності інтерференції, навіть коли джерела випромінюють хвилі однакової частоти, є невизначеність їх фази, яка є наслідком того, що світло від звичайних джерел становить фактично сукупність окремих, не зв'язаних між собою, хвильових пакетів (цугів). Ближче за інші на гармонічні хвилі походить лазерне випромінювання, але навіть для нього неможливо не враховувати кінцеву просторову довжину таких цугів і присутність у їх складі хвиль з дещо різними частотами.

Припустимо для простоти, що накладаються лише дві гармонічні хвилі з однаковими амплітудами \vec{E}_{\max} , але з різними частотами ω_1 та ω_2 (менша та більша частоти цугу). При накладанні таких хвиль у довільній точці простору амплітудне значення результуючого поля буде змінюватися (див. пункт 1.19. **Биття**) за законом

$$E_{\max}(\omega_1, \omega_2) = 2E_{\max} \left| \cos \frac{(\omega_2 - \omega_1)t}{2} \right|.$$

Знайдемо інтервал часу Δt , у межах якого фаза часової залежності амплітуди змінюється на π , тобто

$$\frac{(\omega_2 - \omega_1)\Delta t}{2} = \pi.$$

Отже, в межах цього інтервалу часу відносна фаза коливань, що визначають сумарну амплітуду, змінюється від 0 до π . Час, рівний Δt ,

називають *часом когерентності*, позначаючи його $t_{\text{ког}}$ і розраховуючи за формулою

$$t_{\text{ког}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega},$$

де $\Delta\omega$ – інтервал частот, який в загальному випадку задає ширину спектра світлових хвиль, що складають цуг.

Добуток часу когерентності Δt на швидкість світла називають *довжиною когерентності*. При проходженні цієї довжини фаза коливань у цузі зміниться на π . Згідно з цим означенням довжина когерентності є не що інше, як

$$\ell_{\text{ког}} = \frac{2\pi c}{\Delta\omega}.$$

Врахуємо, що $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$. Звідси маємо, що $\Delta\omega = \frac{2\pi c \Delta\lambda}{\lambda^2}$, де $\Delta\lambda$ – інтервал довжин хвиль, що безпосередньо відповідає інтервалу $\Delta\omega$ їх частот.

В результаті, приходимо до дещо іншого і інколи більш зручного виразу для довжини когерентності, а саме:

$$\ell_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

Повернемося до досліду Юнга (див. рис. 63). Нехай на обидва отвори потрапляє світло, спектр довжин хвиль якого характеризується інтервалом $\Delta\lambda$. Розглянемо дві крайніх з цього діапазону хвилі, довжини хвиль яких λ та $\lambda + \Delta\lambda$. Ці хвилі будуть, як ми знаємо, утворювати незалежні інтерференційні картини, що матимуть різні ширини інтерференційних смуг:

$$\Delta x_{\lambda} = \frac{\lambda}{m\psi}, \quad \Delta x_{\lambda+\Delta\lambda} = \frac{\lambda + \Delta\lambda}{m\psi},$$

де n – показник заломлення.

Оскільки $\Delta x_{\lambda+\Delta\lambda} > \Delta x_{\lambda}$, то різниця ширини інтерференційних смуг для таких хвиль складатиме

$$\Delta x_{\lambda+\Delta\lambda} - \Delta x_{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{m\psi}.$$

Очевидно, що вона обумовить відносний зсув положення кожного з відповідних інтерференційних максимумів, через що світлі й темні інтерференційні смуги будуть накладатися, або, як кажуть, „розмиватися”. При цьому, чим більший номер m становить інтерференційний максимум (мінімум), тим більшим буде таке неспівпадіння між інтерференційними смугами.

В результаті, при деякому значенні $m+1$ інтерференційний максимум хвилі з довжиною λ співпаде з m інтерференційним максимумом з довжиною

$\lambda + \Delta\lambda$. В такому випадку інтерференційна картина розміється повністю, тобто фактично зникне. Запишемо умову співпадіння положень m -го максимуму однієї інтерференційної картини ($m + 1$)-им максимумом іншої, що знаменує поступовий і плавний відносний зсув інтерференційних картин цих хвиль:

$$m\Delta x_{\lambda+\Delta\lambda} = (m + 1)\Delta x_{\lambda}$$

З неї отримуємо

$$m(\Delta x_{\lambda+\Delta\lambda} - \Delta x_{\lambda}) = \Delta x_{\lambda}.$$

Останню формулу для випадку досліду Юнга можна переписати у спосіб:

$$m \frac{\Delta\lambda}{m\psi} = \frac{\lambda}{m\psi}.$$

Цей вираз свідчить, що внаслідок немонохроматичності випромінювання кількість інтерференційних максимумів обмежується граничним значенням $m_{\text{гран}}$, яке можна пов'язати з довжиною когерентності. Дійсно, маємо:

$$m_{\text{гран}} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda^2}{\lambda\Delta\lambda} = \frac{\ell_{\text{ког}}}{\lambda}.$$

З останнього виразу випливає очевидний результат, за яким граничному номеру $m_{\text{гран}}$ спостереження інтерференційної картини відповідає оптична різниця ходу променів, що дорівнює довжині когерентності, помноженій на показник заломлення,

$$\Delta = m_{\text{гран}} \lambda = \ell_{\text{ког}}.$$

Зробимо оцінки: так, у сонячного світла довжина когерентності дуже мала і є порівняною з довжинами хвиль світлового діапазону, тому у досліді Юнга з білим сонячним світлом інтерференційна картина не формується (бо, як легко перевірити, $m_{\text{гран}} \sim 1$). Але якщо використовувати випромінювання лазерів, для якого довжина когерентності може бути значно більшою і сягати $\ell_{\text{ког}} \sim 10^3$ м, тоді у досліді Юнга вдається спостерігати чітку інтерференційну картину.

5.3.5. Приклади спостереження інтерференції: дзеркало Ллойда, біпризма Френеля

Найпростіша схема спостереження явища інтерференції (так звана схема дзеркала Ллойда) спирається на використання плоского дзеркала, поряд з яким розташоване точкове джерело світла S (див. рис. 64). Інтерференційна картина на екрані утворюється завдяки накладанню світлових хвиль, що йдуть безпосередньо від джерела та хвиль, відбитих від дзеркала Ллойда. Такі хвилі, зрозуміло, мають бути когерентними і на екрані повинна спостерігатися

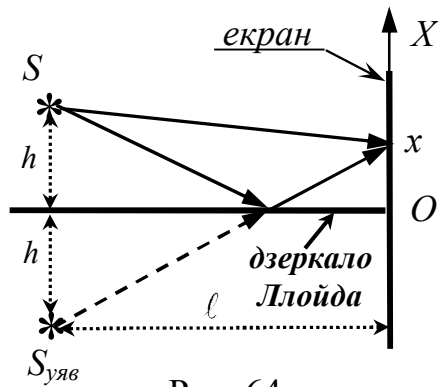


Рис. 64

інтерференційна картина, але за умови, що оптична різниця ходу менша за довжину когерентності.

З схеми досліду випливає, що джерелом відбитих променів можна вважати уявне джерело, яке на рис. 64 позначене $S_{\text{уяв}}$ і яке розташоване симетрично відносно площини дзеркала до вихідного джерела S . Відстань між джерелами S та $S_{\text{уяв}}$ становить $2h$, де h –

відстань від джерела S до дзеркала. Відстань від джерела S до екрану позначимо ℓ . З розрахунків, які були проведені при розгляді досліду Юнга, отримаємо, що ширина інтерференційної смуги з використанням дзеркала Ллойда буде становити

$$\Delta x_{\lambda} = \frac{\lambda \ell}{2h},$$

де заради простоти ми поклали показник середовища, яке розділяє джерело та екран рівним одиниці. Тоді легко отримати, що положення інтерференційних максимумів на екрані у схемі досліду Ллойда визначатиметься формулою

$$x_{\text{max}}^{(m)} = \frac{m\lambda \ell}{2h}.$$

Розглянемо інший експеримент. На рис. 65 наведено схему спостереження інтерференції з застосуванням біпризми Френеля. Схема містить джерело світла S , біпризму та екран. Біпризма складається з двох однакових і в такий спосіб з'єднаних між собою призм, щоб вони були симетричними відносно площини їх основи. Кут заломлення призм однаковий (його на рис. 65 позначено φ) і прийнято, що він малий, тобто $\varphi \rightarrow 0$.

Як відомо, призма відхиляє промені на кут $\gamma = (n - 1)\varphi$, де n – її показник заломлення.

На рис. 65 показано хід різних променів від джерела S до призми та після їх заломлення при поширенні від призми до екрану. Так, центральний промінь 1, який поширюється паралельно малій основі кожної з призм, буде заломлюватися обома ними. Тоді той промінь, що заломлений верхньою призмою, відхилитиметься вниз (на рис. 65 його позначено 1'), а той, що заломлюється нижньою призмою, піде вверх (його позначено 1'')

Верхній промінь 2 від джерела S , який спрямований до вершини верхньої призми, також відхиляється нею. Після проходження призми цей промінь позначено $2'$. Перетин променів $1'$ та $2'$ дає положення уявного джерела

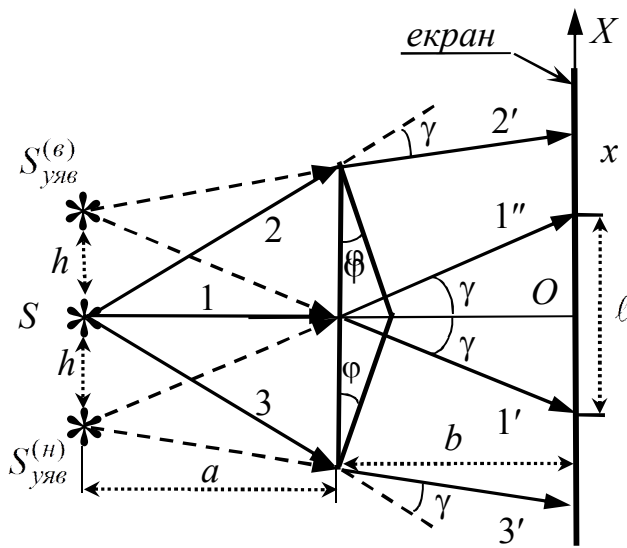


Рис. 65

$S_{уяв}^{(e)}$ світла. Промені від цього уявного джерела – це ті промені, що йдуть від джерела S і які заломлюються верхньою призмою. На екрані вони знаходяться між променями $1'$ та $2'$.

Нижній промінь 3 від джерела S , який спрямлений до вершини нижньої призми, також відхиляється. Тут все симетрично: після проходження призми його позначено $3'$. Перетин променів $1''$

та $3'$ дає положення нижнього уявного джерела світла $S_{уяв}^{(n)}$. Промені від цього уявного джерела – це ті промені, які, як видно, йдуть від джерела S і які заломлюються нижньою призмою. На екрані вони лежать між променями $1''$ та $3'$.

Уявні джерела $S_{уяв}^{(e)}$ та $S_{уяв}^{(n)}$ породжені джерелом S , тому вони когерентні. На ділянці екрану, що лежить між променями $1'$ та $1''$, промені від обох джерел $S_{уяв}^{(e)}$ та $S_{уяв}^{(n)}$ накладаються, і в цій області екрану формується інтерференційна картина. Ширина інтерференційної області, яку на рис. 65 позначено l , дорівнює

$$l = 2b \cdot tg\gamma \approx 2b \cdot \gamma = 2b(n - 1)\varphi,$$

де b – відстань від біпризми до екрану.

Уявні джерела $S_{уяв}^{(e)}$ та $S_{уяв}^{(n)}$ є симетричними відносно площини основи біпризми. Згідно з позначеннями, які зроблені на рис. 65, відстань між цими джерелами дорівнює $2h$. З рис. 65 бачимо, що ця відстань дорівнює $2h = 2a \cdot tg\gamma \approx 2a \cdot \gamma = 2a(n - 1)\varphi$, де a – відстань від джерел до біпризми.

Відстань від уявних джерел до екрану дорівнює $a + b$,

З формул, які були отримані при розгляді досліду Юнга, знаходимо, що ширина інтерференційних смуг визначається виразом

$$\Delta x_\lambda = \frac{\lambda(a + b)}{2a(n - 1)\varphi}.$$

Перепишемо його дещо інакше:

$$\Delta x_\lambda = \frac{\lambda}{2(n-1)\varphi} \left(1 + \frac{b}{a}\right).$$

Якщо на біпризму падає паралельний пучок світла, тобто коли формально $a \rightarrow \infty$, то ширина інтерференційних смуг виявляється не залежною від відстані між біпризмою та екраном.

Кількість N інтерференційних смуг знайдемо з відношення ширини ℓ інтерференційної області до ширини Δx_λ інтерференційної смуги, або

$$N = \frac{\ell}{\Delta x_\lambda} = \frac{4ab(n-1)^2 \varphi^2}{\lambda(a+b)}.$$

Видно, що збільшення ширини інтерференційної смуги вимагає зменшення кута заломлення призми. Проте це призводить до зменшення кількості смуг в інтерференційній області.

5.3.6. Інтерференція променів, відбитих від поверхонь однорідної пластини

Розглянемо тонку однорідну плоско-паралельну прозору пластину з показником заломлення n та товщиною d (рис. 66). Нехай на цю пластинку падає плоска монохроматична хвиля з довжиною хвилі λ . Падаюча хвиля поширюється у повітрі, а її промені (на

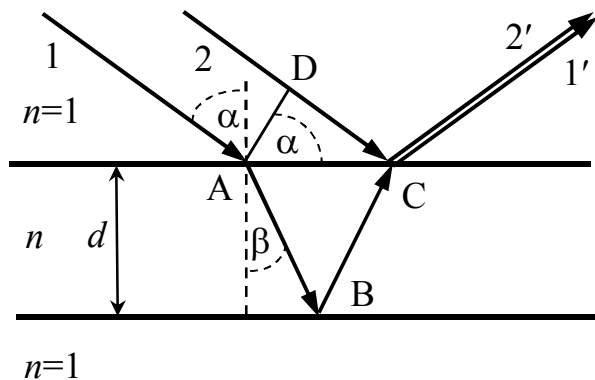


Рис. 66

рис. 66 промені 1 та 2) під кутом α падають на поверхню пластинки.

Промінь 1 в точці A поверхні пластинки заломлюється і йде до другої поверхні пластинки, де в точці B відбивається. Після другого заломлення у точці C цей промінь виходить з пластинки (його на рис. 66 позначено $1'$). Промінь 2 на пряму відбивається у точці C (відбитий промінь на рис. 66 позначено $2'$).

Як видно, промені $1'$ та $2'$ збігаються у точці C . Вони когерентні і

проходять різні відстані. В результаті, при накладанні цих променів має спостерігатися інтерференція. Оптична різниця ходу променів, відбитих від нижньої та від верхньої поверхонь пластини, легко обчислюється:

$$\Delta = n(|AB| + |BC|) - |DC| + \frac{\lambda}{2},$$

де враховано, що при відбиванні променя на межі оптично більш густого середовища з оптично менш густим середовищем, як це має місце в точці B ,

фаза коливань змінюється на π , а тому до оптичної різниці ходу слід додати величину $\frac{\lambda}{2}$.

Врахуємо закон заломлення $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, та очевидну рівність $|AB| = |BC|$.

Тоді легко знаходимо, що

$$|AB| = |BC| = \frac{d}{\cos \beta} = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} = \frac{nd}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}},$$

а також

$$|DC| = |AC| \sin \alpha = 2|AB| \sin \beta \sin \alpha = 2|AB| \frac{\sin^2 \alpha}{n}.$$

Підставляючи сюди вище знайдений вираз для $|AB|$, маємо:

$$|DC| = \frac{2d \sin^2 \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Тепер формула для оптичної різниці ходу променів 1 та 2 набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2n \frac{nd}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} - \frac{2d \sin^2 \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2d(n^2 - \sin^2 \alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} + \frac{\lambda}{2} = \\ &= 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Як відомо, коли різниця ходу цих променів кратна цілому числу довжин хвиль, $1'$ та $2'$, або

$$\Delta = m\lambda,$$

де $m = 1, 2, 3, \dots$, то буде спостерігатися інтерференційний максимум променів. І видно, що інтерференційний максимум для цих променів формується за умови

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda.$$

З неї знаходяться значення кута падіння

$$\alpha_{\max}^{(m)} = \arcsin \sqrt{n^2 - \frac{(2m-1)^2 \lambda^2}{16d^2}},$$

для яких вектори напруженостей електричних полів у по-різному відбитих променів $1'$ та $2'$ коливаються синфазно, а їх накладання викликає появу інтерференційного максимуму.

Коли ж різниця ходу променів $1'$ та $2'$ дорівнюватиме непарній кількості напівдовжин хвиль, або

$$\Delta = \frac{2m+1}{2} \lambda,$$

то буде формуватися інтерференційний мінімум.

Для цього має виконуватися рівність,

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2m+1}{2} \lambda,$$

з якої легко отримується вираз для кута падіння, при якому вектори напруженостей відбитих різними поверхнями променів коливаються протифазно

$$\alpha_{\min}^{(m)} = \arcsin \sqrt{n^2 - \frac{m^2 \lambda^2}{4d^2}},$$

що відповідає мінімуму інтерференційної картини (або її затемненим областям).

Як бачимо, для заданих значень λ , n та d характер інтерференційної картини визначається кутом падіння світла на поверхню. В загальному ж випадку інтерференційна картина залежить від усіх цих трьох параметрів і, зокрема, може змінюватися внаслідок збільшення або зменшення товщини пластини.

5.3.7. Кільця Ньютона

Кільцями Ньютона називають інтерференційну картину, яка утворюється при освітленні плоско-опуклої лінзи, що розміщена на плоскій прозорій пластинці (рис. 67), коли на лінзу направляють паралельний пучок світла перпендикулярно до її площини.

Кільця Ньютона є наслідком інтерференції променів 1', відбитих від сферичної поверхні лінзи, та променів 1'', відбитих від поверхні пластини (рис. 67). Ці промені є когерентними і – збігаючись – інтерферують.

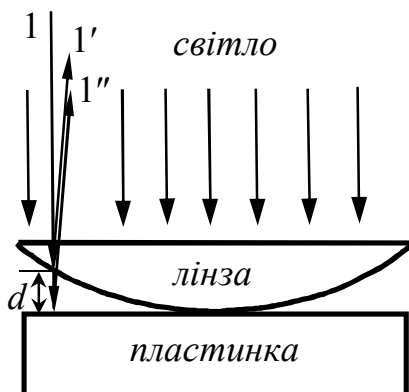


Рис. 67

Промінь 1', що відбивається від сферичної поверхні, яка є межею з оптично менш густим повітрям, змінює фазу на π , тому до оптичної різниці ходу слід додати $\frac{\lambda}{2}$. Промінь 1'', при відбиванні від поверхні пластинки фази не змінює. Як легко бачити з рис. 67, різниця ходу променів складає

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2},$$

де d – довжина повітряного проміжку між сферичною поверхнею лінзи та плоскою поверхнею пластинки в точках відбивання променів 1' та 1". Тут покладено, що показник заломлення повітря $n \approx 1$.

Позначимо R – радіус сферичної поверхні лінзи, а r – радіус кільця, який дорівнює найменшій відстані від точки відбивання променя 1' до перпендикуляру, що проведений до поверхні пластинки в точці дотику до неї лінзи. Точкою O на рис. 68 позначено центр сферичної поверхні лінзи.

З рис. 68 маємо, що

$$R^2 = r^2 + (R - d)^2 .$$

Розкриття квадрату дає рівняння

$$r^2 - 2Rd + d^2 = 0 ,$$

з якого при умові $d \ll R$ та $d \ll r$, знаходимо

$$d = \frac{r^2}{2R} .$$

Звідси вираз для оптичної різниці ходу набуває вигляду

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} .$$

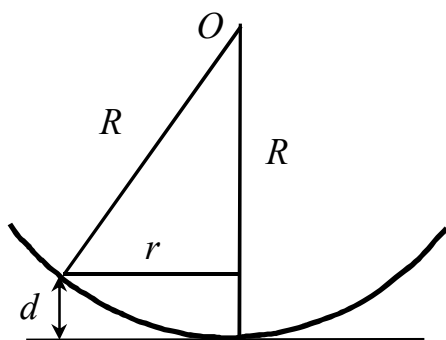


Рис. 68

Оскільки система осе-симетрична, то інтерференційна картина буде мати смугасто-колову структуру. При цьому радіус r виявиться, наприклад, радіусом темного кільця, якщо при відбиванні світла в точках, що лежать на відповідному колі, формується інтерференційний мінімум для відбитих променів 1' та 1". Для цього треба, щоб оптична різниця ходу дорівнювала непарній кількості півдовжин хвиль, або

$$\Delta = \frac{2m + 1}{2} \lambda ,$$

де $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Таким чином, приходимо до рівняння

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2m + 1}{2} \lambda ,$$

з якого знаходимо значення радіусів темних кілець Ньютона:

$$r_{\min}^{(m)} = \sqrt{mR\lambda} .$$

Бачимо, що в центрі інтерференційної картини буде мінімум, якому відповідає $m=0$. За ним буде розташоване кільце з інтерференційним максимумом. Радіуси кілець з максимальною інтенсивністю визначаються, як легко зрозуміти, за формулою

$$r_{\max}^{(m)} = \sqrt{\frac{(2m-1)R\lambda}{2}},$$

яка дійсно показує, що першому інтерференційному максимуму відповідає $m=1$.

В цілому, знову-таки інтерференційна картина у формі кілець Ньютона також залежить від кількох параметрів і її досить просто змінювати за рахунок, наприклад, радіусу лінзи.