4.4. Енергія електромагнітної хвилі

Електромагнітне поле хвилі складається з двох змінних у просторі та часі електричного та магнітного полів. Кожне з цих полів має енергію. Її характеризують за допомогою фізичної величини, яку називають густиною енергії.

Енергію електромагнітного поля хвилі також характеризують густиною енергії. *Густина енергії електромагнітної хвилі* визначається сумою густин енергії її електричного та магнітного полів. Для електромагнітної хвилі, що поширюється в ізотропному лінійному однорідному середовищі, густина енергії дорівнює

$$e = e_{ел} + e_{маг} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 \vec{H}^2}{2},$$

де ε, μ – електрична та магнітна проникності середовища, ε_0, μ_0 – електрична та магнітна сталі, а $\vec{E}$ та $\vec{H}$ – вектори напруженостей електричного та магнітного полів.

Врахуємо, що для миттєвих значень напруженостей електричного та магнітного полів хвилі виконується рівність

$$\sqrt{\mu\mu_0} H = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E.$$

Перевіримо, що у хвилі (біжучій, бо у стоячій це не так) миттєве значення густини енергії електричного поля дорівнює миттєвому значенню густини енергії магнітного поля, тобто

$$e_{ел} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \frac{\mu\mu_0 H^2}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = e_{маг},$$

де ми скористалися зв'язком між величинами напруженостей електричного та магнітного полів хвилі.

Отже, густина енергії електромагнітної хвилі дорівнює подвоєній густині енергії її електричного поля, або подвоєній густині енергії її магнітного поля

$$e = 2e_{ел} = 2e_{маг} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}^2 = \mu\mu_0 \vec{H}^2.$$

Вираз для густини енергії електромагнітної хвилі можна також представити у вигляді

$$e = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0} \left|\vec{E}\right| \left|\vec{H}\right| = \frac{EH}{v},$$

який враховує, що швидкість поширення хвилі визначається за формулою $v = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}}$.

Розглянемо плоску електромагнітну хвилю, рівняння якої має вигляд

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_{\max}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0), \qquad \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}_{\max}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0),$$

де $\vec{E}_{\max}$ $\vec{H}_{\max}$ – вектори амплітудних значень напруженостей електричного та магнітного полів, ω – частота хвилі, а $\vec{k}$ – хвильовий вектор.

Для плоскої електромагнітної хвилі миттєве значення густини енергії задовольняє співвідношенню

$$e = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^2_{\max}\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) \quad \text{або} \quad e = \mu\mu_0\vec{H}^2_{\max}\cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0),$$

де $\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^2_{\max}$ та $\mu\mu_0\vec{H}^2_{\max}$ – однакові амплітудні значення густин енергії електромагнітного поля хвилі. При записі виразу для густини енергії хвилі була використана рівність $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E_{\max} = \sqrt{\mu\mu_0}H_{\max}$, яка виконується для амплітуд напруженостей полів.

Середнє значення густини енергії електромагнітного поля гармонічної хвилі можна визначити за формулами

$$\overline{e} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^2_{\max}}{2}, \quad \text{або} \quad \overline{e} = \frac{\mu\mu_0\vec{H}^2_{\max}}{2},$$

де враховано, що середнє значення квадрату косинуса на інтервалі часу, рівному періоду коливань, дорівнює $\frac{1}{2}$.

4.5. Вектор Пойтинга

Електромагнітна хвиля переносить енергію, бо з часом збільшується кількість точок простору, де починає та відбувається хвильовий процес, тобто збільшується об’єм простору, зайнятий електромагнітним полем хвилі.

Поверхню, яка розділяє частину простору, де має місце хвильовий процес, від тієї частини, де його ще нема, називають *фронтом хвилі*. Фронт хвилі у довільний момент часу задає поверхню, точки якої коливаються синфазно, а отже фронт хвилі є хвильовою поверхнею. Він рухається зі швидкістю поширення хвилі.

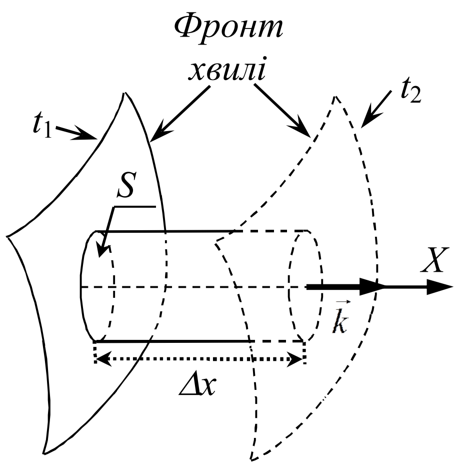

Рис. 47

На рис. 47 показано положення фронту хвилі для двох моментів часу t_1 та t_2. Виділимо частину простору, яка має циліндричну форму. Будемо вважати, що вісь X цього циліндра направлена вздовж напрямку поширення електромагнітної хвилі, $\vec{k} \uparrow\uparrow X$, а його основи перпендикулярні до $\vec{k}$.

Приймемо, що інтервал часу $\Delta t = t_2 - t_1$ значно менший періоду хвилі $\Delta t << T$. За цієї умови енергія, яку перенесла хвиля через основу циліндра на поверхні фронту для моменту часу t_1, буде дорівнювати енергії електромагнітного поля хвилі в об'ємі виділеного на рис. 47 циліндру, тобто

$$\Delta E_{е-м} = eS\Delta x,$$

де S – площа основи циліндру.

Врахуємо, що довжина циліндру $\Delta x = v\Delta t$, де v – швидкість хвилі, та знайдемо

$$\Delta E_{е-м} = eSv\Delta t.$$

Процес перенесення енергії хвилею описують фізичною величиною, яку називають *густиною потоку енергії*, і яку визначають з відношення

$$\Phi_e = \frac{\Delta E_{е-м}}{S\Delta t}.$$

Як відомо, густина потоку енергії електромагнітної хвилі пропорційна добутку миттєвого значення густини енергії поля хвилі на швидкість її поширення, або

$$\Phi_e = \frac{eSv\Delta t}{S\Delta t} = ev.$$

Врахуємо, що густина цієї енергії визначається за формулою $e = \dfrac{EH}{v}$. Тоді можемо отримати, що густина потоку енергії, яку переносить електромагнітна хвиля, дорівнює добутку миттєвих значень величин напруженостей електричного та магнітного полів:

$$\Phi_e = EH.$$

Оскільки перенесення енергії хвилею здійснюється у напрямку поширення хвилі, який визначає вектор $\vec{k}$, а вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$ та $\vec{k}$ взаємно перпендикулярні, то векторний добуток $\vec{E}$ на $\vec{H}$ дає вектор направлений, вздовж $\vec{k}$. Таким чином, для характеристики процесу перенесення енергії хвилею користуються вектором, який визначається за формулою

$$\vec{S}_П = [\vec{E}\vec{H}].$$

Вектор $\vec{S}_П$ називають вектором *Пойтинга*. Видно, що $\left|\vec{S}_П\right| = \Phi_e$. Для біжучої хвилі (стоячі хвилі енергії не переносять) перенесення енергії здійснюється, як зазначалося, вздовж хвильового вектора, $\vec{S}_П \uparrow\uparrow \vec{k}$.

Коли у формулі означення густини потоку енергії $\Delta t >> T$, то з відношення $\frac{\Delta E}{S\Delta t}$ визначають усереднену характеристику процесу переносу енергії, яку називають *інтенсивністю хвилі*.

Інтенсивність хвилі дорівнює середньому значенню вектора Пойтинга, або усередненому по часу, більшому за період, значенню густини потоку енергії. Інтенсивність хвилі визначається середньою густиною її енергії та швидкістю у спосіб:

$$I = \overline{e}v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\vec{E}^2_{\max}.$$

Одиницею виміру для вектора Пойтинга чи інтенсивності хвилі є: $\frac{Bm}{м^2}$.

4.6. Потік імпульсу електромагнітної хвилі

Електромагнітні хвилі характеризуються не тільки енергією, а й імпульсом. Тому вони переносять імпульс. Перенесення хвилею імпульсу прямо свідчить, що електромагнітна хвиля здатна чинити силову дію на тіла, наприклад, при поглинанні чи відбивання ними електромагнітних хвиль.

У спеціальній теорії відносності було доведено, що імпульс та енергія будь-якого тіла зв'язані співвідношенням:

$$E^2_{тіла} - c^2 p^2_{тіла} = m_0^2 c^4,$$

де $E_{тіла}$ – повна енергія тіла, $p_{тіла}$ – його імпульс, а m_0 - його маса спокою.

Застосуємо цю формулу до електромагнітного поля хвилі, яке маси спокою не має, а тому можна записати:

$$\Delta p = \frac{\Delta E_{e-м}}{c},$$

де $\Delta E_{e-м}$ – енергія електромагнітного поля хвилі в об'ємі ΔV, а Δp – імпульс хвильового поля цієї частини простору.

Локальною характеристикою імпульсу хвилі є *густина імпульсу електромагнітної хвилі*. Після ділення Δp на ΔV, отримаємо, що густина імпульсу прямо пропорційна густині енергії хвилі

$$p = \frac{e}{c},$$

де $e = \frac{\Delta E_{e-м}}{\Delta V}$ – густина енергії хвилі, а $p = \frac{\Delta p}{\Delta V}$ – густина імпульсу.

Імпульс і густина імпульсу є векторними величинами, вектори яких спрямовані вздовж напрямку поширення хвилі.

Поширення хвилі призводить до перенесення імпульсу. Перенесення імпульсу хвилею характеризують фізичною величиною, яку називають *густиною потоку імпульсу*.

Густина потоку імпульсу дорівнює імпульсу, який переносить хвиля через одиничну площу за одиницю часу, і яка визначається з відношення

$$\Phi_p = \frac{\Delta p}{S\Delta t},$$

де Δp – імпульс перенесений хвилею за час Δt, через поверхню площею S, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі.

Густина потоку імпульсу електромагнітної хвилі, що поширюється у вакуумі, дорівнює добутку густини імпульсу на швидкість світла

$$\Phi_p = pc.$$

Врахуємо рівність $p = \frac{e}{c}$ та отримаємо, що за модулем густина потоку імпульсу дорівнює густині енергії $\Phi_p = e$.

Далі врахуємо, що густина потоку енергії хвилі $\Phi_e = ec$. В результаті, знаходимо, що

$$\Phi_p = \frac{\Phi_e}{c}, \quad \text{або} \quad \Phi_p = \frac{EH}{c}.$$

Густина імпульсу є векторна величина, тому густина потоку імпульсу також є векторною величиною, яку можна записати у вигляді

$$\vec{\Phi}_p = \frac{[\vec{E}\vec{H}]}{c}, \qquad \text{або} \quad \vec{\Phi}_p = \frac{\vec{S}_П}{c},$$

де $\vec{S}_П$ – вектор Пойтинга.

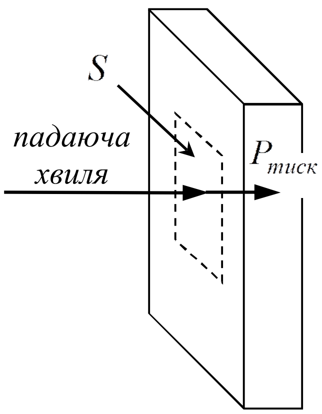

Рис. 48

Розглянемо тіло, яке виготовлене з металу. Нехай на його поверхню падає електромагнітна хвиля (рис. 48). Будемо вважати, що хвиля поширюється вздовж нормалі до поверхні тіла і повністю поглинається ним. Хвиля за час Δt ділянці поверхні тіла площею S передасть імпульс Δp, величина якого визначається виразом

$$\Delta p = \Phi_p S\Delta t.$$

Відношення переданого хвилею тілу імпульсу до проміжку часу дорівнює силі $F = \Delta p / \Delta t$, з якою електромагнітне поле хвилі тисне на поверхню тіла. Силу тиску, віднесену на одиницю поверхні, називають *тиском електромагнітної хвилі*

$$P_{тиск} = F / S .$$

З наведених означень отримуємо, що при нормальному падінні і повному поглинанні тиск електромагнітної хвилі на поверхню дорівнює густині потоку імпульсу хвилі, або густині потоку енергії

$$P_{тиск} = \Phi_p , \qquad \text{або} \qquad P_{тиск} = \frac{\Phi_e}{c} .$$

Очевидно, що при повному поглинанні середнє значення тиску електромагнітного поля хвилі пропорційне її інтенсивності $\overline{P}_{тиск} = \dfrac{I}{c}$.

4.7. Випромінювання електромагнітних хвиль

Випромінювання електромагнітних хвиль відбувається при прискореному русі електричних зарядів. Прикладом системи, що випромінює електромагнітні хвилі є *осцилюючий електричний диполь* (рис. 49), дипольний момент якого змінюється за гармонічним законом

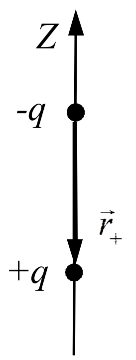

Рис. 49

$$\vec{p} = \vec{p}_{\max} \cos \omega t ,$$

де $\vec{p}_{\max}$ – амплітудне значення дипольного моменту.

Нагадаємо, що дипольний момент утворюють два різнойменні заряди, модулі яких однакові: $|q_+| = |q_-| = q$. За означенням, дипольний момент дорівнює добутку додатного заряду диполя на визначений відносно від'ємного заряду радіус-вектор положення додатного заряду, $\vec{p} = q\vec{r}_+$. В такий спосіб введений вектор $\vec{r}_+$ тотожний до вектора плеча диполя $\vec{\ell}$. Нехай додатний заряд буде нерухомим, а від'ємний заряд здійснює коливний рух за гармонічним законом

$$z = z_{\max} \cos \omega t , \qquad \text{або} \qquad \vec{r}_+ = \vec{r}^{\,(+)}_{\max} \cos \omega t ,$$

де ω – частота коливань, $z_{\max}$ – амплітуда зміщення від'ємного заряду відносно додатного заряду, відповідно, $\vec{r}^{\,(+)}_{\max}$ – амплітудне значення радіус-вектора $\vec{r}$. В цьому випадку амплітуда коливань дипольного моменту прямо пропорційна амплітуді зміщення від'ємного заряду диполя: $\vec{p}_{\max} = q\vec{r}^{\,(+)}_{\max}$.

На відстанях $r >> r_{\max}$ диполь створює навколо себе електростатичне поле, напруженість якого обернено пропорційна їх кубу $E \sim \dfrac{1}{r^3}$, де r – обігає точки спостереження поля. Видно, що дипольне поле досить швидко спадає при збільшенні відстані.

Великі відстані від осцилюючого диполя як джерела важливі ще й тому, що на них електростатичне поле майже спадає до нуля, і в так званій *хвильовій* зоні, для якої $r >> \lambda$, утворюється (є джерелом) електромагнітне поле, що представляє собою сферичну електромагнітну хвилю. Хвильовий вектор цієї хвилі співпадає з радіус-вектором точки спостереження поля $\vec{k} \uparrow\uparrow \vec{r}$ (див. рис. 50). Залежність величини напруженості електричного поля такої хвилі описується рівнянням

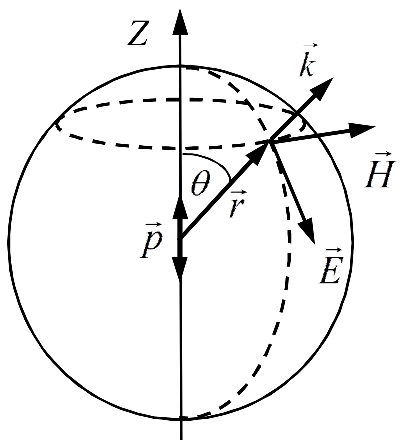

Рис. 50

$$\vec{E} = \vec{E}_{\max}(r,\theta)e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})},$$

де ω – частота хвилі, яка дорівнює частоті коливань дипольного моменту, $\vec{E}_{\max}$ – амплітудне значення напруженості електричного поля хвилі. Величина амплітудного значення поля хвилі залежить від кута θ між віссю Z та радіус-вектором $\vec{r}$ точки спостереження поля хвилі та обернено пропорційна відстані $|\vec{r}| = r$ до диполя,

$$\left|\vec{E}_{\max}\right| \sim \frac{\sin\theta}{r}.$$

Вектор напруженості магнітного поля хвилі є перпендикулярним до вектора напруженості електричного поля та до хвильового вектора і визначається векторним добутком:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0\omega}[\vec{k}\vec{E}].$$

Видно, що вектори $\vec{E}$ та $\vec{H}$ сферичної хвилі аналогічно плоскій електромагнітній хвилі перпендикулярні між собою та перпендикулярні до вектора $\vec{k}$, а амплітудне значення вектора напруженості магнітного поля

$$\left|\vec{H}_{\max}\right| \sim \frac{\sin\theta}{r}.$$

Проведемо площину, яка проходить через вісь Z диполя. Перерізи цієї площини зі сферою фазової поверхні хвилі (хвиля сферична) називають *меридіанами*. Вектор $\vec{E}$ лежить на дотичній до меридіану (рис. 50).

Перерізи фазової поверхні з площиною, яка перпендикулярна до осі диполя, називають *паралелями*. Вектор $\vec{H}$ лежить на дотичній до паралелі.

Інтенсивність хвилі пропорційна квадрату амплітуди напруженості електричного поля хвилі, тому можна записати

$$I(r,\theta) \sim \frac{\sin^2\theta}{r^2}.$$

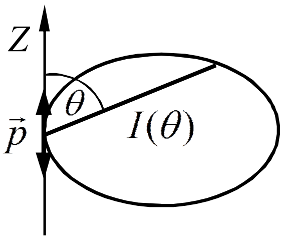

Рис. 51

Графічне зображення (див. рис. 51) кутової залежності для інтенсивності називають *діаграмою направленості диполя*. На діаграмі довжина відрізку від осцилюючого диполя джерела хвилі до кривої діаграми дорівнює інтенсивності хвилі для даного напрямку поширення хвилі.

Потужність випромінювання диполя визначається шляхом інтегрування інтенсивності по замкненій поверхні, що оточує диполь,

$$P = \int_S I(r,\theta)\vec{n}d\vec{S},$$

де S – площа цієї поверхні, а під знаком інтеграла стоїть скалярний добуток вектора елементарної ділянки цієї поверхні $d\vec{S}$ на одиничний вектор, що направлений вздовж хвильового вектора $\vec{n} = \frac{\vec{k}}{k}$ і визначений у місці розташування ділянки.

Для диполя потужність випромінювання описується виразом

$$P = \frac{\mu_0}{12\pi c}\omega^4 p_{\max}^2,$$

де $p_{\max} = qr_{\max}$.

Таким чином, бачимо, що чим більша частота, тим більшою є потужність випромінювання диполем. Крім того, величина $\omega^2 p_{\max}$ дорівнює добутку $qa_{\max}$, де $a_{\max}$ – амплітудне значення прискорення при коливальному русі заряду диполя. Тому можна записати

$$P = \frac{\mu_0}{12\pi c}q^2 a_{\max}^2.$$

З цієї формули випливає, що потужність електромагнітного випромінювання пропорційна квадрату прискорення рухомого заряду. Такий зв’язок між потужністю хвилі та прискоренням є характерний для усіх випадків прискореного руху зарядів. Загальний висновок такий: довільний прискорений рух зарядів супроводжується випромінюванням електромагнітних хвиль.