

4.8. Питання для самоконтролю

1. Дайте означення електромагнітної хвилі.
2. Запишіть рівняння Максвелла за відсутності струмів та зарядів.
3. Як властивості середовища впливають на швидкість поширення електромагнітної хвилі?
4. Отримайте хвильове рівняння для вектора напруженості магнітного поля.
5. Дайте означення та запишіть формули для плоскої електромагнітної хвилі.
6. Розрахуйте лапсасіан від вектора напруженості магнітного поля плоскої електромагнітної хвилі.
7. Розрахуйте ротор від вектора напруженості магнітного поля плоскої електромагнітної хвилі.
8. Як виглядає дисперсійне співвідношення для гармонічної електромагнітної хвилі?
9. Поясніть поперечність електромагнітних хвиль, наведіть формули зв'язку між векторами напруженостей електричного та магнітних полів у таких хвилях.
10. Нарисуйте графіки розподілу електричного та магнітного поля в електромагнітній хвилі.
11. Що таке фронт хвилі?
12. Дайте означення та поясніть фізичний зміст густини потоку енергії, вектора Пойтинга та інтенсивності. В чому різниця між цими фізичними величинами?
13. Дайте означення густини потоку імпульсу.
14. Наведіть формули зв'язку між густиною потоку імпульсу та густиною потоку енергії, вектором Пойтинга.
15. Запишіть формулу для тиску, що спричиняє електромагнітна хвиля.
16. Поясніть суть терміну осцилюючий електричний диполь.
17. Дайте означення діаграми направленості диполя.
18. Як вектори напруженості електричного та магнітного полів хвилі, яку випромінює осцилюючий диполь, залежать від відстані у хвильовій зоні?
19. Напишіть формулу зв'язку між потужністю випромінювання диполя та інтенсивністю хвилі.

4.9. Формули, необхідні для розв'язку задач

1. Рівняння Максвелла для електромагнітної хвилі

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\vec{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

2. Швидкість поширення електромагнітної хвилі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}} \quad \text{або} \quad v = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}},$$

де $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ - швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі.

3. Хвильове рівняння для електричної та магнітної складових електромагнітної хвилі

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \Delta\vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$

4. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0), \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_{\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0).$$

5. Формули для густини потоку енергії, вектора Пойтинга та інтенсивності

$$\Phi_e = EH, \quad \vec{S}_\Pi = [\vec{E}\vec{H}], \quad I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \vec{E}_{\max}^2.$$

6. Формули для густини потоку імпульсу та тиску електромагнітної хвилі при її нормальному падінні на поверхню і при її повному поглинанні нею

$$\vec{\Phi}_p = \frac{[\vec{E}\vec{H}]}{c}, \quad P_{\text{тиск}} = \Phi_p.$$

4.10. Задачі

4.1. Знайдіть довжину електромагнітної хвилі, період коливань якої становить 10^{-6} с, яка поширюється у середовищі з $\mu = 4/3$ та $\varepsilon = 1,5$. Знайдіть різницю фаз коливань двох точок, що лежать на відстані $5 \cdot 10^2$ м вздовж напрямку поширення хвилі.

4.2. Електромагнітна хвиля з частотою $\nu = 3,0$ МГц поширюється з вакууму в немагнітне діелектричне середовище з діелектричною проникністю $\varepsilon = 4,0$. Знайдіть приріст довжини хвилі.

4.3. Рівняння коливань електричного поля плоскої електромагнітної хвилі поблизу її джерела мають (числові значення задані в СІ) вигляд $E = 0,01 \cos(0,5 \cdot 10^6 \pi t + \pi/4)$. Хвиля поширюється у вакуумі. Запишіть рівняння хвилі. Запишіть рівняння коливань вектора напруженості електричного поля та вектора напруженості магнітного поля в точці, що віддалена від джерела на відстань 600 м.

4.4. Плоска електромагнітна хвиля $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ поширюється у вакуумі. Вектори \vec{E}_{\max} та \vec{k} вважати відомими. Знайдіть вектор \vec{H} як функцію часу в точці $\vec{r} = 0$.

4.5. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля $\vec{E} = \vec{e}_x E_{\max} \cos(\omega t - ky)$, де \vec{e}_x - орт вздовж осі X , $E_{\max} = 160$ В/м, $k = 0,51$ м $^{-1}$.

Знайдіть вектор \vec{H} в точці з координатою $y=7,7$ м у моменти часу $t=0$ та $t=33$ нс.

4.6. Плоска електромагнітна хвиля з частотою ω поширюється в мало провідному середовищі з питомим опором ρ та діелектричною проникністю ε . Знайдіть відношення амплітуд густин струму провідності та струму зміщення. Магнітна проникність $\mu=1$.

4.7. Плоска гармонічна електромагнітна хвиля, період коливань якої T , поширюється з швидкістю v в площині XU . Вектор напруженості електричного поля перпендикулярний до цієї площини. Хвильовий вектор становить кут α з віссю y . Напишіть рівняння хвилі, та знайдіть різницю фаз коливань в точках з координатами x_1, y_1 та x_2, y_2 .

4.8. Знайдіть довжину хвилі, хвильовий вектор та швидкість поширення електромагнітної хвилі, рівняння якої має вигляд $\vec{E}(x, y, t) = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - \gamma x + \beta y)$.

4.9. Два джерела випромінюють дві гармонічні електромагнітні хвилі. Джерела коливаються з однаковою частотою, однаковою початковою фазою та однаковою амплітудою. Опишіть результуючу напруженість вектора напруженості електричного поля в точці, що знаходиться на відстані d_1 від першого джерела та відстані d_2 від другого джерела, якщо напрямок коливань векторів напруженості обох хвиль в цій точці однаковий.

4.10. Запишіть результуюче коливання вектора напруженості електричного поля при накладанні двох плоских хвиль, що поширюються назустріч одна одній. Частоти та хвильові числа хвиль однакові. Коливання векторів напруженості електричних полів здійснюються в одній площині, а їх амплітуди – однакові. Початкові фази коливань також однакові.

4.11. Доведіть, що при поширенні плоскої електромагнітної хвилі в однорідному ізотропному середовищі перерозподілу сторонніх зарядів не відбувається.

4.12. Доведіть, що для магнітного поля гармонічної плоскої хвилі, яка поширюється в однорідному ізотропному лінійному середовищі, виконується теорема Гауса.

4.13. У вакуумі вздовж осі X поширюється дві плоскі електромагнітні хвилі, електричні поля яких описуються рівняннями $\vec{E}_1 = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - ky)$ та $\vec{E}_2 = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - ky + \varphi)$, де φ – стала. Знайдіть середнє значення густини потоку енергії.

4.14. Куля, радіус якої $R=40$ см, знаходиться у немагнітному діелектричному середовищі з діелектричною проникністю $\varepsilon=4,0$. У середовищі поширюється електромагнітна плоска хвиля, довжина хвилі якої $\lambda \ll R$. Амплітуда коливань вектора напруженості магнітного поля $E_{\max}=200$ В/м. Знайдіть, яка енергія хвилі потрапить на кулю за час $t=10,0$ хв.

4.15. Диск має радіус R . Вектор \vec{k} плоскої електромагнітної хвилі з частотою ω та $\varphi_0=0$ складає кут α з вектором нормалі до поверхні диску. Амплітуда хвилі E_{\max} . Знайдіть значення енергії, яку хвиля перенесла до диску за час $t \gg T$, де T – період коливань.

4.16. Диск має радіус R . Вектор \vec{k} плоскої електромагнітної хвилі з частотою ω та $\varphi_0=0$ перпендикулярний до поверхні диску. Амплітуда хвилі E_{\max} . Знайдіть значення енергії, яку хвиля перенесла до диску за час рівний $t=T/8$, де T – період коливань, та за час $t=8\cdot T$.

4.17. У вакуумі поширюється плоска хвиля $\vec{E}(x, y, t) = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - \gamma x + \beta y)$. Знайдіть миттєве та середнє значення вектора Пойтинга, а також визначте кут між вектором Пойтинга та довільним вектором $\vec{p} = p_x \vec{i} + p_y \vec{j}$.

4.18. Плоска електромагнітна хвиля поширюється перпендикулярно до поверхні плоско-паралельного шару, товщина якого ℓ . Шар немагнітний, а його діелектрична проникність лінійно зменшується від значення ε_1 на передній поверхні шару, на яку спочатку потрапляє хвиля, до ε_2 на другій поверхні шару, куди вона потрапляє після проходження всієї товщини шару. Знайдіть час поширення фазової поверхні хвилі через цей шар.

4.19. Плоска електромагнітна хвиля поширюється перпендикулярно до поверхні плоско-паралельного шару, товщина якого ℓ . Шар немагнітний, а його діелектрична проникність експоненційно зменшується від значення ε_1 на передній поверхні шару, на яку спочатку потрапляє хвиля, до ε_2 на другій поверхні шару, куди вона потрапляє після проходження всієї товщини шару. Знайдіть час поширення фазової поверхні хвилі через цей шар.