

## Питання для самоконтролю

1. Як при русі точки по колу швидкість та прискорення залежать від кута повороту?
2. Що таке вектор кутового переміщення?
3. Як визначається кутова швидкість?
4. Напишіть формулу зв'язку між швидкістю та кутовою швидкістю.
5. Як розрахувати кутове переміщення, коли відома кутова швидкість?
6. Що називають періодом обертання та частотою обертання?
7. Як визначається кутове прискорення?
8. Як кутова швидкість та вектор повороту залежать від часу при обертанні з постійним кутовим прискоренням?
9. Напишіть формули розрахунку кутової швидкості.
10. Як кутове прискорення пов'язане з тангенціальним прискоренням точки?

## 2. 9. Формули необхідні для розв'язку задач

1. Означення кутової швидкості:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

2. Формула зв'язку лінійної і кутової швидкості при обертальному русі:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{r}].$$

3. Кут повороту точки за час  $[t_1, t_2]$ :

$$\Delta\varphi = \int_{t_1}^{t_2} \omega_Z(t) dt.$$

4. Кут повороту при рівномірному обертанні:

$$\Delta\varphi(t) = \omega_Z t.$$

5. Зв'язок між кутовою швидкістю та періодом:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

6. Зв'язок між кутовою швидкістю та частотою обертання:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

7. Означення кутового прискорення:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

8. Формула визначення кутової швидкості за допомогою прискорення:

$$\omega_Z(t) = \omega_{Z0} + \int_0^t \varepsilon_Z dt,$$

де  $\omega_{Z0}$  – проекція початкової кутової швидкості в момент часу  $t_0=0$ .

9. Формула для кутової швидкості при рівноприскореному обертанні:

$$\omega_Z(t) = \omega_{Z0} + \varepsilon_Z t.$$

10. Формула для кута повороту при рівноприскореному обертанні:

$$\Delta\varphi(t) = \omega_{0Z}t + \frac{\varepsilon_Z t^2}{2},$$

11. Формула доцентрового прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{r}.$$

12. Формула зв'язку між тангенціальним прискоренням і кутовим прискоренням:

$$a_\tau = \varepsilon r.$$

## 2.10. Задачі

2.1. Кутова швидкість обертального руху твердого тіла навколо фіксованої осі описується виразом:  $\varphi = at^2 - bt^4$ , де  $a, b$  – задані додатні сталі. Знайдіть вирази для кутової швидкості та кутового прискорення. Розрахуйте момент часу зупинки тіла.

2.2. Тверде тіло обертається навколо фіксованої осі по закону:  $\varphi = at - bt^2$ . Знайдіть середнє значення кутової швидкості  $\omega_Z$  на проміжку часу від початку руху до зупинки.

2.3. При обертанні колеса, радіус якого  $r = 0,1$  м, залежність кута повороту від часу описується рівнянням:  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , де  $B = 2$  рад/с,  $C = 1$  рад/с<sup>3</sup>. Знайдіть якими будуть на другій секунді руху у точок обода: кутова швидкість, лінійна швидкість, прискорення, кутове прискорення, тангенціальне і нормальне прискорення.

2.4. Кутове прискорення обертального руху точок тіла навколо фіксованої осі описується виразом  $\varepsilon_Z = at - bt^2$ , де  $a$  та  $b$  – задані додатні сталі. Знайдіть моменти часу зупинки тіла, якщо початкова кутова швидкість  $\omega_0 = 0$ .

2.5. Вісь з двома дисками, які розташовані на відстані  $\ell = 0,5$  м один від одного, обертається з частотою обертання  $n = 1600$  об/хв. Куля, що летить вздовж осі пробиває обидва диски. Отвори в дисках, які утворила куля, зміщені на  $\varphi = 12^\circ$ . Знайдіть швидкість кулі.

2.6. Точка знаходиться на ободі колеса, радіус якого  $r = 10$  см,  $s$  яке котиться по горизонтальній поверхні без проковзування з постійною швидкістю осі колеса  $2$  м/с. Знайдіть радіус кривизни для рухомої точки на ободі, коли вона знаходиться у верхній точці

траєкторії, а також знайдіть відстань, яку проходить точка ободу, коли колесо робить п'ять повних обертів.

2.7. Диск, радіус якого 10 см, до початку руху був в стані спокою, а потім почав обертатися навколо своєї осі з постійним кутовим прискоренням  $2 \text{ рад/с}^2$ . Знайдіть повне, тангенціальне і нормальне прискорення точок на краю диску на другій секунді руху.

2.8. Тверде тіло починає обертатися навколо нерухомої осі з кутовим прискоренням  $\varepsilon = at^2$ , де  $a$  – задана стала. Через який час після початку обертання вектор повного прискорення довільної точки тіла буде складати кут  $45^\circ$  з вектором швидкості?

2.9. Колесо, радіус якого  $r$ , рухається без ковзання вздовж прямої на горизонтальній площині зі швидкістю  $v = at - bt^3$ , де  $a, b$  – задані сталі, а  $v$  – швидкість осі колеса. Знайдіть вирази для кута повороту та кутового прискорення.

2.10. Колесо, радіус якого  $r$ , рухається без ковзання по прямій вздовж горизонтальної площини. Кутове прискорення обертання точок колеса навколо його осі постійне:  $\varepsilon_z = \text{const}$ . Знайдіть залежність від часу для шляху, що проходить вісь колеса, коли початкова кутова швидкість обертання колеса навколо його осі  $\omega_0$ .

2.11. Тверде тіло обертається навколо нерухомої осі з кутовою швидкістю, яка лінійно залежить від кута повороту  $\omega = \omega_0 - a\varphi$ , де  $a$  – задана стала. На початку руху при  $t = 0$   $\varphi_0 = 0$ . Знайдіть залежності від часу для кутової швидкості та кутового прискорення.

2.12. Тверде тіло обертається, сповільнюючи рух, навколо нерухомої осі з кутовим прискоренням пропорційним квадрату кутової швидкості  $\varepsilon = -\alpha\omega^2$ , де  $\alpha$  – додатна стала. Знайдіть середню кутову швидкість тіла за час його руху. Початкова кутова швидкість  $\omega_0$ .

2.13. Залежність кутового прискорення точок тіла при його обертанні навколо нерухомої осі описується виразом:  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \varphi$ , де  $\varepsilon_0$  – задана стала, а  $\varphi$  – кут повороту. Знайдіть залежність кутової швидкості від кута повороту  $\varphi$ , якщо для  $t = 0$  величина  $\varphi_0 = 0$ .