

Лекція 14

19. Максимальний бездисипативтивний струм у джозефсонівському переході

19.1. *Випадок сильного поля.* Вище був розібраний випадок слабого зовнішнього магнітного поля. Тепер, навпаки, нехай зовнішнє поле \mathbf{H}_0 таке, що виконується умова $H_0 \gg \Phi_0 / (2\pi\lambda_j d)$, тобто воно створює потік набагато більший за потік одиночного вихору. Записану нерівність можна інтерпретувати і як умову того, що зовнішнє поле досягло такої величини, коли власне поле НП струму не дає помітного внеску у загальне поле і цією складовою можна взагалі знехтувати. З фізичних міркувань зрозуміло, що в такому випадку у переході одночасно існує досить багато джозефсонівських вихорів

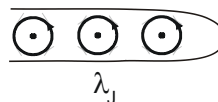


Рис. 14.1

(рис. 14.1). Припустимо також, що утворений ними ланцюг зжаний настільки, що відстань між вихорами менша за глибину λ_j . Це, в свою чергу, означає, що за таких умов поле проникає настільки глибоко, що навіть стає справедливою нерівність $\lambda_j \geq L$. Якщо поле НП струму незначне, поле всередині переходу треба

прирівняти до зовнішнього H_0 , а отже для фази тепер має виконуватись залежність

$$\frac{d\varphi_J}{dx} = \frac{2\pi d}{\Phi_0} H_0,$$

яка прямо свідчить, що фаза є лінійною функцією координати:

$$\varphi_J(x) = \frac{2\pi d}{\Phi_0} H_0 x + C,$$

де C – постійна інтегрування. З останньої формули безпосередньо випливає, що густина НП струму у переході визначається формулою

$$j_s = j_c \sin\left(\frac{2\pi x}{a} + C\right),$$

де для зручності введено період $a \equiv \Phi_0 / H_0 d$ синусоїди. Останній вираз для j_s показує, що НП струм у переході є вздовж нього неоднорідним і періодичним по координаті. З рис. 14.2 видно,

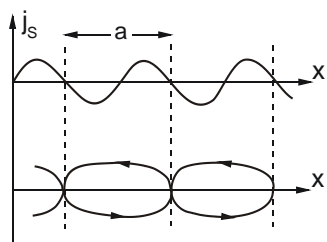


Рис. 14.2

що в деяких точках струм іде, а в інших повністю взаємокомпенсується. При цьому мова йде про струм вздовж осі y , або з берега на берег.

Можливість зсуву на π є звичайним виродженням для появи топологічних збуджень.

А що таке повний струм через перехід?

Підрахуємо його:

$$\begin{aligned}
 I_s &= j_c \int_{-L/2}^{L/2} \sin\left(\frac{2\pi}{a}x + C\right) dx = -\frac{a}{2\pi} j_c \cos\left(\frac{2\pi}{a}x + C\right) \Big|_{-L/2}^{L/2} = \\
 &= -\frac{a}{2\pi} j_c \left[\cos\left(\frac{\pi L}{a} + C\right) - \cos\left(\frac{\pi L}{a} - C\right) \right] = \\
 &= -\frac{a}{\pi} \sin\frac{\pi L}{a} \sin C = j_c L \frac{\sin\frac{\pi L}{a}}{\frac{\pi L}{a}} \sin C .
 \end{aligned}$$

Таким чином, при заданому зовнішньому полі H_0 (тобто заданому періоді a вихрової структури у переході) зміна повного струму I_c через перехід викликає зміну константи C (власне, більше нічому змінюватись). Вона підстроюється під кожне значення повного НП струму.

Зрозуміло, що максимальний бездисипативний струм – це просто амплітуда перед $\sin C$, або

$$I_{\max} = j_c L \left| \frac{\sin\frac{\pi L}{a}}{\frac{\pi L}{a}} \right| \equiv I_c \left| \frac{\sin\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}}{\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}} \right|,$$

де ми скористалися наступними перетвореннями

$$\pi \frac{L}{a} = \pi \frac{H_0 L d}{\Phi_0} = \pi \frac{\Phi}{\Phi_0},$$

внаслідок явного виразу для періоду a і введення формули для повного потоку через перехід. На рис. 14.3

показана залежність максимального НІ струму через джозефсонівський контакт від величини зовнішнього поля, паралельного площині переходу.

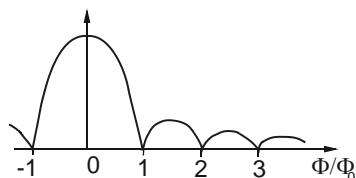


Рис. 14.3

них **сквідів** (на англійській мові SQUID прямо відповідає абревіатурі від Superconducting Quantum Interference Device), що використовують когерентні ефекти. Фактично сквід – це прилад чи пристрій, який

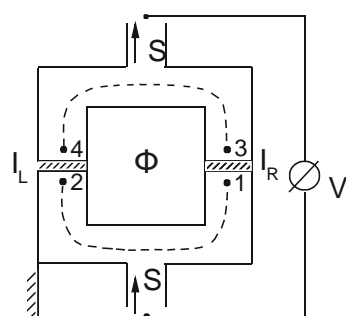


Рис. 14.4

Принцип роботи сквіду спирається на залежність повного бездисипативного струму від цього потоку, який виникає завдяки котушці всередині кільця інтерферометра.

Виділимо в кільці дві пари точок 1-2 та 3-4 і проінтегруємо вираз

$$\hbar \nabla \theta = 2m_f \mathbf{v}_s + \frac{2e}{a} \mathbf{A}$$

19.2. Використання ефектів Джозефсона. Сквіди. Розглянемо деякі принципи роботи так зва-

них сквідів з дуже великою чутливістю може вимірювати або магнітне поле, або напругу.

Розглянемо схему найпростішого сквіду (рис. 14.4). Він складається з двох джозефсонівських переходів між двома масивними надпровідниками. Всередині знаходиться котушка, що створює магнітний потік Φ .

для узагальненого імпульсу куперівської пари від точки 1 до точки 3 та від точки 4 до точки 2:

$$\theta_3 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_4 = \frac{2e}{\hbar c} \left(\int_1^3 \mathbf{A} d\mathbf{l} + \int_4^2 \mathbf{A} d\mathbf{l} \right),$$

де доданок $2m_f \mathbf{v}_s$ знову випав, бо за припущенням всі точки контуру знаходяться в місцях НП, що далекі від границь, де НП струм відсутній та $\mathbf{v}_s = 0$.

Оскільки відстані 1-2 та 3-4 малі у порівнянні з довжиною пунктиру, а векторний потенціал \mathbf{A} не має особливостей поблизу переходів, можна доповнити праву частину останнього рівняння ще цими ділянками. В результаті маємо

$$\varphi_J^{(L)} - \varphi_J^{(R)} = \frac{2e}{\hbar c} \oint \mathbf{A} d\mathbf{l} = -\frac{2e}{\hbar c} \Phi = -2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0},$$

бо $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ і де введені позначення $\varphi_J^{(L)} \equiv \theta_2 - \theta_1$, $\varphi_J^{(R)} \equiv \theta_4 - \theta_3$ та враховано, як і вище, знак циркуляції. Згадаємо, що

$$I_{L,R} = I_c \sin \varphi_J^{(L,R)}$$

(зрозуміло, вважається, що обидва переходи однакові і що струми I_c через них теж однакові). Тоді повний струм

$$I = I_c (\sin \varphi_J^{(L)} + \sin \varphi_J^{(R)}) = 2I_c \sin \frac{\varphi_J^{(L)} + \varphi_J^{(R)}}{2} \cos \frac{\varphi_J^{(L)} - \varphi_J^{(R)}}{2},$$

звідки

$$I = 2I_c \cos \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \sin \left(\varphi_J^{(R)} + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right).$$

В результаті, при даному значенні повного потоку через кільце Φ єдиним параметром, що підстроюється під даний струм I , є фаза $\varphi_J^{(R)}$. Це, в свою чергу,

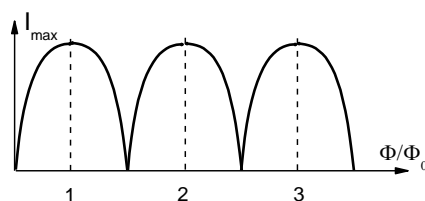


Рис. 14.5

означає, що максимальний струм

$$I_{\max} = 2I_c \left| \cos \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right|.$$

Видно, що найбільш стабільним є стан надпровідності, коли відношення Φ/Φ_0 дорівнює цілому числу. Навпаки, якщо Φ/Φ_0 є напівцілим числом, то будь-який струм викличе в інтерферометрі резистивний стан, або стан із скінченим опором, а отже – падіння напруги.

Вимірювання демонструють, такий сквід має надзвичайно велику чутливість. Зокрема, мова йде про величини до 10^{-5} від Φ_0 , або 10^{-10} - 10^{-11} Гс. Для порівняння поле Землі ~ 0.5 Гс.

20. Надпровідники II-го роду

Вперше така назва, а саме: НП-II була використана радянським фізиком О.О. Абрикосовим у 1957 р., коли в його роботі на основі теорії Гінзбурга-Ландау була побудована послідовна феноменологічна теорія НП-II та дано пояснення їх магнітним властивостям. Розвиток фізики НП в подальші роки повністю підтвердив теоретичні передбачення Абрикосова, і в 2003 р.

він разом з В.Л. Гінзбургом та американським теоретиком Е. Леггеттом отримав Нобелівську премію.

Треба зауважити, що робота О.О. Абрикосова дуже переконливий приклад (можливо, не такий вже і частий, але подібне трапляється в науці), коли розвиток цілого напрямку був зумовлений теоретичною роботою. Вона для свого часу – початок 50-х років ХХ-го століття – виявилась настільки незвичайною, що спочатку була зустрінута з деякою недовірою – все в ній було нестандартним. І тільки через деякий час, коли з'ясувалося, що складна поведінка НП сплавів і хімічних сполук у магнітному полі знаходить пояснення з єдиної точки зору, підхід Абрикосова завоював популярність. В цих дослідженнях вдалося описати досить великі критичні поля ряду сплавів, що без теорії Абрикосова зробити було неможливо. Експеримент став по суті тріумфом теорії, автору якої ще не було і 30-ти років.

Ми вже розглянули ситуацію, коли енергія границі між S - та N -фазами в металі від'ємна: $\sigma_{NS} < 0$. Це означає, що при певних умовах системі вигідно розшаруватися на області нормальної та НП фаз, причому, якщо ви пам'ятаєте, це відбувається у магнітному полі.

Наведемо криву намагнічування (див. рис. 14.6) циліндра НП-II у паралельному полі. Поки зовнішнє поле $H_0 < H_{c1}$, середнє поле всередині циліндра $\mathbf{B} = 0$, а оскільки

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}_0 + 4\pi\mathbf{M},$$

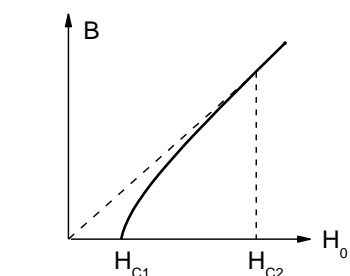
то умова $\mathbf{B} = 0$ відповідає залежності

$$-4\pi\mathbf{M} = \mathbf{H}_0.$$

Проте в області

$$H_{c1} < H_0 < H_{c2}$$

всередині НП з'являється індукція $\mathbf{B} \neq 0$, але вона менша за $|H_0|$ і НП стан зберігається. У деякому більшому



полі $H_0 = H_{c2}$ середнє поле зрівнюється з H_0 (тобто магнітний момент, обумовлений НП струмами, вже не створюється) і НП стан зникає (в усякому разі, в об'ємі).

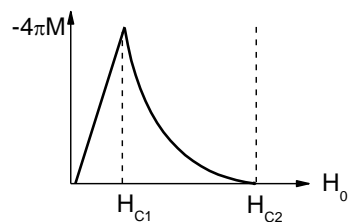


Рис. 14.6

Таким чином, експериментальні спостереження показали, що ефект Мейсснера-Оксенфельда у даному випадку майже відсутній (тобто магнітне поле проникає у НП і зберігається у ньому у відносно великому

діапазоні магнітних полів). При цьому воно проникає до НП вельми незвичайно (згадайте ефект Джозефсона у зовнішньому полі): прорив поля у товщу НП відбувається у вигляді ниток – *квантованих вихрових ниток*, або, як прийнято говорити, *вихорів Абрикосова*.

Кожний вихор має серцевину, або *кор*, що утворюється N -фазою і за формою представляє собою довгий тонкий циліндр, вісь якого паралельна зовнішньо-

му полю. Параметр порядку ψ в ньому дорівнює нулеві. Радіус цього циліндра – порядку довжини когерентності ξ_S . Навколо такого циліндра з нормальної фази (див. рис. 14.7) тече струм (вихоровий НП струм), направлений таким чином, щоб створюване ним магнітне поле було орієнтоване вздовж нормальної серцевини і за напрямком співпадало з зовнішнім полем \mathbf{H}_0 . Вихоровий струм при цьому захоплює область радіуса лондонівської глибини проникнення λ_L . Ця область набагато перевищує ξ_S , бо у НП-II $\lambda_L \gg \xi_S$ (відповідно, параметр Гінзбурга-Ландау $\kappa_{GL} \equiv \lambda_L / \xi_S \gg 1$ і може сягати величин $\sim 10^2$ і навіть більше).

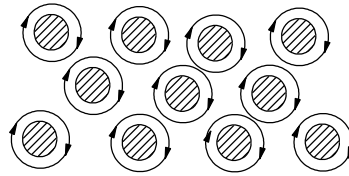


Рис. 14.7

Як і повинно бути, вихор несе квант магнітного потоку. А поле H_{c1} як раз і вираховується з умови вигідності утворення одиночного вихору. Ці вихори, проникнувши до НП, розташовуються один від одного на відстані $\sim \lambda_L$, утворюючи правильну трикутну (тобто щільно упаковану) ґратку. Такий стан називається **змішаним** (не плутати з проміжним для НП-I), або таким, що характеризується частковим проникненням поля у зразок. При цьому у діапазоні $H_{c1} < H_0 < H_{c2}$ він заповнений вихорами.

Виникнувши у полі H_{c1} , ґратка існує і в більш великих полях H_0 . Із зростанням поля її період зменшується, а густина вихорів збільшується. Нарешті, у полі H_{c2} відстань між ними стає $\sim \xi_S$. Це свідчить, що вихори починають перекриватися своїми нормальними серцевинами і $\psi \rightarrow 0$ у всьому об'ємі. В цій точці відбувається перехід II-го роду у N -стан.

Змішаний стан можна спостерігати прямими візуальними методами. Якщо на поверхню НП-II у зовнішньому полі насипати ФМ порошок, то він осяде у відповідності до ліній магнітного потоку і його (порошку) густина буде неоднорідною і більшою у місцях виходу вихорів (або магнітних силових ліній). У електронному мікроскопі картина видна чудово. Вперше це було зроблено німецькими дослідниками у 1967 р. і стало широко застосовуватись для спостереження та дослідження вихорів Абрикосова.