

Лекція 15

Продовжимо вивчення НП-II.

20.1. *Поле поодинокого вихору.* Розглянемо найпростішу задачу – структуру поодинокого вихору в НП середовищі. Як ми вже говорили, сам вихор (див. рис. 15.1) представляє собою область нормального металу, яка має радіус порядку довжини когерентності ξ_S і вміщує колові вихорові струми, що охоплюють область радіуса $\sim \lambda_L (\gg \xi_S)$.

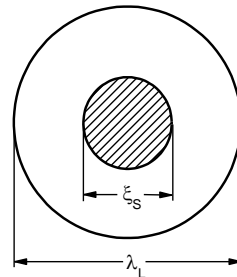


Рис. 15.1

Нехай параметр теорії Гінзбурга-Ландау $\kappa_{GL} \equiv \lambda_L / \xi_S \gg 1$. Тоді на відстані $r \gg \xi_S$ параметр порядку $|\psi|^2 = 1$. Будемо розглядати саме цю область. В ній друге рівняння Гінзбурга-Ландау для $\psi = |\psi| \exp(i\theta)$ має вигляд

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \frac{|\psi|^2}{\lambda_L^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \theta - \mathbf{A} \right) = \frac{1}{\lambda_L^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \theta - \mathbf{A} \right),$$

або

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{\lambda_L^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla\theta - \mathbf{A} \right),$$

де $\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{A}$. Застосувавши, як і раніше, операцію rot до обох частин, отримаємо:

$$\mathbf{H} + \lambda_L^2 \text{rot}\mathbf{H} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \text{rot}\nabla\theta.$$

Відомо, що завжди, і ми це неодноразово використовували, $\text{rot}\nabla = 0$; але у центрі вихору фаза невізначена, бо там $|\nabla\theta| \rightarrow \infty$. Тому, щоб розібратися, що таке функція $\text{rot}\nabla\theta$ у центрі вихору, візьмемо інтеграл від цього виразу по поверхні кола деякого невеликого радіусу з центром у центрі вихору:

$$\int_S \text{rot}\nabla\theta d\mathbf{S} = \oint \nabla\theta d\mathbf{l},$$

де контурний інтеграл розраховується по колу, що охоплює площадку S . Зрозуміло, що незалежно від радіусу обраного кола зміна фази складатиме 2π . Тим самим можна покласти, що

$$\int_S \text{rot}\nabla\theta d\mathbf{S} = 2\pi.$$

Таким чином, $\text{rot}\nabla\theta$ це така функція, яка усюди, крім центру вихору, дорівнює нулю. При цьому інтеграл по контуру дорівнює 2π . Це по суті співпадає з означенням δ -функції, і ми можемо формально записати

$$\text{rot}\nabla\theta = 2\pi\delta(\mathbf{r})\mathbf{e}_v,$$

де \mathbf{e}_v – одиничний вектор вздовж вихору.

В результаті приходимо до рівняння поодинокого вихору:

$$\mathbf{H} + \lambda^2 \text{rotrot}\mathbf{H} = \Phi_0 \delta(\mathbf{r}) \mathbf{e}_v$$

з очевидною граничною умовою $H(\infty) = 0$. Оскільки $\text{rotrot} = \nabla \text{div} - \Delta$, а $\text{div}\mathbf{H} = 0$, то рівняння для $\mathbf{H} \parallel z$:

$$H(\mathbf{r}) - \lambda_L^2 \Delta H(\mathbf{r}) = \Phi_0 \delta(\mathbf{r}).$$

Зробимо фур'є-перетворення:

$$H(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} H(\mathbf{k}) d\mathbf{k}; \quad \delta(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k},$$

які після підстановки у рівняння дають

$$H(\mathbf{k}) = \Phi_0 \frac{1}{1 + \lambda_L^2 \mathbf{k}^2},$$

і, нарешті,

$$\begin{aligned} H(\mathbf{r}) &= \frac{\Phi_0}{(2\pi)^2} \int \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}}{1 + \lambda_L^2 \mathbf{k}^2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} \frac{1}{2\pi} \int e^{i\lambda_L k \frac{r}{\lambda_L} \cos\varphi} \frac{\lambda_L^2 k d\varphi dk}{1 + \lambda_L^2 \mathbf{k}^2} = \\ &= \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} \frac{1}{2\pi} \int e^{ix \frac{r}{\lambda_L} \cos\varphi} \frac{x d\varphi dx}{1 + x^2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda_L}\right), \end{aligned}$$

де K_0 – функція Макдональда (інакше – функція Ганкеля уявного аргументу, що помножена на деякий постійний множник). Асимптотики цієї функції досить прості:

$$K_0\left(\frac{r}{\lambda_L}\right) = \begin{cases} \ln \frac{\lambda_L}{r}, & r \ll \lambda_L; \\ \sqrt{\frac{\lambda_L}{r}} e^{-r/\lambda_L}, & r \gg \lambda_L. \end{cases}$$

Іншою мовою, при малих r функція $K_0(r/\lambda_L)$ логарифмічно розбігається і експоненціально меншає на

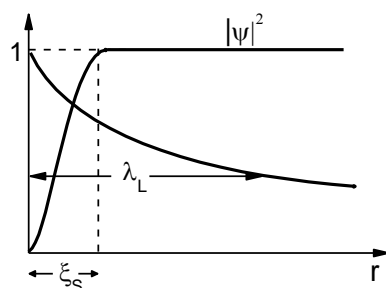


Рис. 15.2

великих від центру вихору відстанях.

На рис. 15.2 показано розподіл поля $H(\mathbf{r})$ поодинокого вихору разом з розподілом параметра порядку. При цьому поле утворюється саме вихором. Строго кажучи, у центрі вихору

$H(\mathbf{r} \rightarrow 0) \rightarrow \infty$, що, звичайно, не є фізичним, бо формули феноменологічної теорії не можуть бути справедливими при дуже малих $r = |\mathbf{r}|$, які в нашому випадку обмежуються величиною ξ_s . Тому звичайно поле у центрі вихору рахується з логарифмічною точністю, а саме: вважається, що

$$H(0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} \ln \kappa_{GL}.$$

Чисельне знаходження розв'язку рівняння для поля вихору при $\kappa_{GL} \gg 1$ дає

$$H(0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} (\ln \kappa_{GL} - 0.18),$$

що демонструє неістотність поправки.

20.2. *Перше критичне поле.* Визначимо поле H_{c1} , коли утворення і існування вихору всередині НП-II

стає вигідним. Для цього необхідно обчислити вільну енергію НП-II з вихором і її різницю від вільної енергії без вихору. Знову обмежимося випадком $\kappa_{GL} \gg 1$. Це типово лондонівський випадок: іншими словами, величина $|\psi| \approx 1$, тобто однорідна, а отже, доданки з $\nabla\psi$ несуттєві. Тоді (ми це вже писали в п. 5.2 (див. Лекцію 5)) вільна енергія має вигляд:

$$F_S(\mathbf{H}) = F_S(0) + \frac{1}{8\pi} \int [\mathbf{H}^2 + \lambda_L^2 (\text{rot}\mathbf{H})^2] dV \equiv F_S(0) + \Delta F_S(\mathbf{H}),$$

де перший доданок під інтегралом це енергія магнітного поля, а другий – НП струмів і інтеграл береться між двома нескінченими паралельними площинами, перпендикулярними до вихрової лінії, що знаходяться на одиничній відстані одна від одної (рис. 15.3). Таким чином, другий доданок, або $\Delta F_S(\mathbf{H})$, – це сума густин потенціальної та кінетичної енергій НП вихору. Треба нагадати, що у випадку отримання рівняння Лондонів енергія $W_{kin} \sim \mathbf{j}_S^2$, а $\mathbf{j}_S \sim \text{rot}\mathbf{H}$ через рівняння Максвелла.

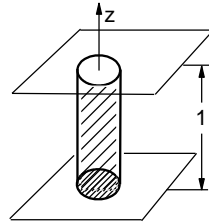


Рис. 15.3

Запишемо вже відому рівність¹

$$(\text{rot}\mathbf{H})^2 = \mathbf{H} \text{rotrot}\mathbf{H} - \text{div}[\text{rot}\mathbf{H}, \mathbf{H}],$$

яку використаємо, щоб переписати вільну енергію:

¹ Вона прямо впливає з векторної тотожності $\text{div}[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \mathbf{b} \text{rot}\mathbf{a} - \mathbf{a} \text{rot}\mathbf{b}$ при $\mathbf{a} = \text{rot}\mathbf{H}$ і $\mathbf{b} = \mathbf{H}$.

$$\begin{aligned}\Delta F_s(\mathbf{H}) &= \frac{1}{8\pi} \int \{ \mathbf{H}^2 + \lambda_L^2 \mathbf{H} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} - \lambda_L^2 \operatorname{div}[\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}] \} dV = \\ &= \frac{1}{8\pi} \int \mathbf{H}(\mathbf{H} + \lambda_L^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}) dV - \frac{\lambda_L^2}{8\pi} \int \operatorname{div}[\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}] dV.\end{aligned}$$

За теоремою Гауса

$$\int \operatorname{div}[\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}] dV = \oint [\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}] d\mathbf{S},$$

де поверхневий інтеграл береться по нескінченно віддаленій поверхні та по площинах $z=0$ і $z=1$ (вихор вважається паралельним осі z). Оскільки поле \mathbf{H} теж направлене вздовж цієї осі, то це означає, що \mathbf{H} перпендикулярно до вище названих площин $z=0$ і $z=1$, а вектор $[\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}]$ лежить у них; отже, $d\mathbf{S} \perp [\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}]$ і тим самим підінтегральний вираз на цих площинах зникає. А в силу зменшення поля на великих відстанях остаточно отримуємо

$$\oint [\operatorname{rot} \mathbf{H}, \mathbf{H}] d\mathbf{S} = 0.$$

Тому

$$\Delta F_s(\mathbf{H}) = \frac{1}{8\pi} \int \mathbf{H}(\mathbf{H} + \lambda_L^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}) dV.$$

Тобто ми знаходимо, що під інтегралом виникло рівняння, яке визначає поле вихору:

$$\Delta F_s(\mathbf{H}) = \frac{1}{8\pi} \int \mathbf{H} \Phi_0 \delta(\mathbf{r}) \mathbf{e}_v dV = \frac{\Phi_0}{8\pi} \mathbf{H}(0) = \frac{\Phi_0^2}{(4\pi\lambda_L)^2} \ln \kappa_{GL},$$

оскільки $H(0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} \ln \kappa_{GL}$.

Отже, ми бачимо, що $\Delta F_s(\mathbf{H}) > 0$. Це свідчить, що сам по собі вихор, або його утворення у НП-II, є не вигідним. Проте ми не врахували зовнішнє магнітне поле \mathbf{H}_0 . Поки воно залишається малим, вихори не народжуються, оскільки різниця $\Delta F_s(\mathbf{H})$ позитивна. В результаті, система буде перебувати в *мейсснерівському стані*, коли поле у НП, в тому числі НП-II, не проникає.

Коли ж виникнення вихору стане вигідним? Для цього треба записати густину гіббсівської вільної енергії, що додатково враховує взаємодію вихору з зовнішнім полем, або

$$\Delta G_s(\mathbf{H}) = \Delta F_s(\mathbf{H}) - \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{H} \mathbf{H}_0 dV.$$

Тоді

$$\begin{aligned} \Delta G_s(\mathbf{H}) &= \Delta F_s(\mathbf{H}) - \frac{H_0}{4\pi} \int B dx dy dz = \\ &= \Delta F_s(\mathbf{H}) - \frac{H_0}{4\pi} \int B dx dy dz = \Delta F_s(\mathbf{H}) - \frac{H_0}{4\pi} \int B dx dy \int dz = \\ &= \Delta F_s(\mathbf{H}) - \frac{H_0}{4\pi} \Phi_0 \int dz = \frac{\Phi_0^2}{(4\pi\lambda_L)^2} \ln \kappa_{GL} - \frac{H_0 \Phi_0}{4\pi}. \end{aligned}$$

Для слабких полів $\Delta G_s(\mathbf{H}) > 0$ і вихору утворюватись не вигідно; але коли його “зеєманівська” енергія (другий доданок) стане достатньою, тобто $\Delta G_s(\mathbf{H})$ стане рівним нулеві, поле досягне свого *першого критичного* значення

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_L^2} \ln \kappa_{GL} = \frac{1}{2} H(0); \quad (H(0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} \ln \kappa_{GL}),$$

після якого $\Delta G_s(\mathbf{H}) < 0$, і вихори починають спонтанно народжуватися у НП-II із зростанням поля.

Зауважимо, що співвідношення $H(0) = 2H_{c1}$ відповідає дійсності лише для великих значень параметра Гінзбурга-Ландау $\kappa_{GL} \gg 1$. Зробимо оцінки: нехай $\kappa_{GL} = 100$ – тоді $H_{c1} \approx 30$ Ое; тобто ми бачимо, що зовнішнє поле досить швидко починає проникати у НП-II з фактично дуже малих своїх значень.

20.3. *Взаємодія вихорів.* Розглянемо питання про поведінку одного вихору у полі іншого. Як і раніше, будемо вважати, що $\kappa_{GL} \gg 1$. Поки відстань між вихорами $r > \lambda_L$, вони один одного не відчують. Але

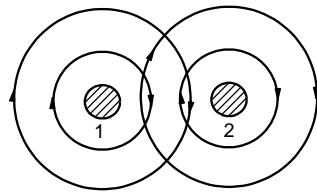


Рис. 15.4

припустимо, що вони підійшли на відстань $r \sim \lambda_L$; тоді серцевина одного вихору виявляється в області НП струму, що обтікає перший вихор, і навпаки. З рис. 15.4 видно, що швидкості електронної рідини

на периферії (тобто праворуч і ліворуч від обох вихорів) складаються, а в області між ними – віднімаються. З теорії нестисливих рідин відомо, що чим більше швидкість, тим менший тиск (закон Бернуллі). Іншою мовою, на серцевину кожного вихору буде діяти сила, що визначається різницею тисків справа і зліва від нього. Таким чином, навіть цей якісний розгляд свідчить, що вихори взаємодіють; при цьому за тією ж

аналогією “однойменні” паралельні вихори відштовхуються, а “різнойменні” – притягуються.

Знайдемо цю взаємодію. Для цього запишемо:

$$\Delta F_S^{(12)}(\mathbf{H}) = \frac{1}{8\pi} \int [\mathbf{H}^2 + (\lambda_L \text{rot} \mathbf{H})^2] dV,$$

де тепер \mathbf{H} – поле, створене обома вихорами. Воно має знаходитись з рівняння

$$\mathbf{H} + \lambda_L \text{rot} \text{rot} \mathbf{H} = \Phi_0 [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)], \quad \Phi_0 \equiv \Phi_0 \mathbf{e}_v.$$

Далі, розв’язуючи задачу про два вихори у повній відповідності до задачі про один вихор, аналогічно отримуємо вираз

$$\Delta F_S^{(12)}(\mathbf{H}) = \frac{\Phi_0}{8\pi} [\mathbf{H}(\mathbf{r}_1) + \mathbf{H}(\mathbf{r}_2)],$$

який виникає як результат інтегрування обох δ -функцій, причому $\mathbf{H}(\mathbf{r}_1)$ – це поле у центрі першого вихору, а $\mathbf{H}(\mathbf{r}_2)$ – у центрі другого, бо \mathbf{r}_1 та \mathbf{r}_2 – це і є координати їх центрів. Проте тепер кожне з цих полів є сумою поля, що створюється самим вихором, а також поля $\mathbf{H}_{12}(r_{12})$ від другого вихору, де $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$.

Отже, можна записати:

$$\begin{aligned} \Delta F_S^{(12)}(\mathbf{H}) &= \frac{\Phi_0}{8\pi} [\mathbf{H}(0) + \mathbf{H}_{12}(\mathbf{r}_{12}) + \mathbf{H}(0) + \mathbf{H}_{12}(\mathbf{r}_{12})] = \\ &= 2\Delta F_S(\mathbf{H}) + \frac{\Phi_0}{4\pi} \mathbf{H}_{12}(\mathbf{r}_{12}) = 2\Delta F_S(\mathbf{H}) + \frac{\Phi_0}{4\pi} H_{12}(\mathbf{r}_{12}). \end{aligned}$$

Якщо ввести потенціал

$$U(\mathbf{r}_{12}) = \frac{\Phi_0}{4\pi} H_{12}(\mathbf{r}_{12}),$$

з яким зв'язана сила, що припадає на одиницю довжини вихору, то

$$f = -\frac{dU(\mathbf{r}_{12})}{dr_{12}} = -\frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{dH(\mathbf{r}_{12})}{dr_{12}}.$$

Використаємо тепер рівняння Максвелла в координатній формі; тоді видно, що

$$\frac{dH(\mathbf{r}_{12})}{dr_{12}} = \frac{4\pi}{c} j_{12}(\mathbf{r}_{12})$$

(бо при $\mathbf{H} \parallel z$, з $\text{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \rightarrow \frac{dH(\mathbf{r}_{12})}{dr_{12}} = [\text{rot}\mathbf{H}(\mathbf{r}_{12})]_y$),

де $j_{12}(\mathbf{r}_{12})$ – густина струму, що наведений одним вихором у точці розташування другого, а під точкою розуміється серцевина. В результаті

$$|f| = \frac{\Phi_0}{c} j_{12}.$$

Таким чином, сила, що діє між вихорами одиничної довжини, не відрізняється від сили Лоренца, що задає силу дії поля на струм. Цю силу так і називають, представляючи у загальному випадку:

$$\mathbf{f}_L = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \Phi_0],$$

де і поле Φ_0 , і сторонній струм \mathbf{j} – відносяться до центру вихору. В нашому випадку

$$\mathbf{f}_L = \frac{1}{c} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_0 \end{vmatrix} \rightarrow \left\{ \frac{1}{c} j\Phi_0, 0, 0 \right\}$$

отримаємо відштовхування в напрямку осі x .

20.4. *Друге критичне поле.* В однорідному НП-II змішаний стан характеризується правильною трикутною ґраткою. Із зростанням зовнішнього поля період ґратки зменшується, і коли він зменшується до величини порядку довжини когерентності ξ_S , відбувається фазовий перехід II-го роду із змішаного стану у нормальний. Магнітне поле, коли цей перехід має місце, зветься *другим критичним полем* та позначається H_{c2} .

Його точний розрахунок виконати досить складно, але можна оцінити це поле на основі такої задачі. Коли вихори підходять достатньо близько один до одного (див. рис. 15.5), у першому наближенні можна припус-

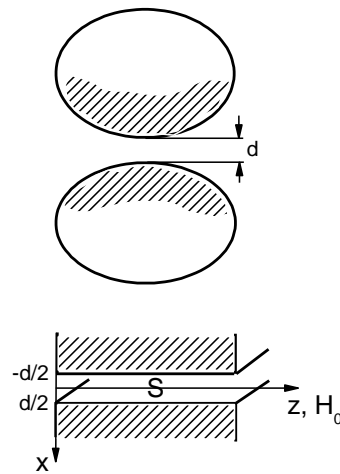


Рис. 15.5

тити, що вони пронизують тонку пластинку у зовнішньому полі, яке паралельно до її поверхні. Знайдемо поле H_{c2} , коли пластинка товщиною $d \ll \lambda_L, \xi_S$ перейде у нормальний стан.

Запишемо рівняння Гінзбурга-Ландау:

$$-\xi_S^2 \psi'' + \left(\frac{2\pi\xi_S}{\Phi_0}\right)^2 A^2 \psi - \psi + \psi^3 = 0; \quad \psi' \equiv \frac{d\psi}{dx};$$

$$A'' = \frac{\psi^2}{\lambda_L^2} A,$$

де ми врахували, що внаслідок однозв'язності можна обрати найпростіше калібрування для дійсності функції ψ .

Оскільки система, що розглядається, – це НП-II, тобто $\xi_s \ll \lambda_L$, а $d \ll \xi_s$, то зміною ψ можна зігнорувати, що дозволяє розв'язати друге рівняння (у наближенні, що параметр порядку $\psi \neq \psi(x)$ і залежить лише від поля); тоді, як завжди, представимо: $A(x) \sim e^{ax}$. Легко бачити, що $a = \pm \psi / x$, звідки

$$A(x) = A_1 \operatorname{ch} \psi \frac{x}{\lambda_L} + A_2 \operatorname{sh} \psi \frac{x}{\lambda_L},$$

а також

$$\mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix};$$

$$H_z(x) = \frac{\partial A_y}{\partial z} = -A_1 \frac{\psi}{\lambda_L} \operatorname{sh} \psi \frac{x}{\lambda_L} + A_2 \frac{\psi}{\lambda_L} \operatorname{ch} \psi \frac{x}{\lambda_L}.$$

Граничні умови:

$$H_z(\pm \frac{d}{2}) \equiv \begin{cases} -A_1 \frac{\psi}{\lambda_L} \operatorname{sh} \psi \frac{d}{2\lambda_L} + A_2 \frac{\psi}{\lambda_L} \operatorname{sh} \psi \frac{d}{2\lambda_L} = H_0; \\ A_1 \frac{\psi}{\lambda_L} \operatorname{sh} \psi \frac{d}{2\lambda_L} + A_2 \frac{\psi}{\lambda_L} \operatorname{sh} \psi \frac{d}{2\lambda_L} = H_0. \end{cases}$$

З них випливає: $A_1 = 0$, $A_2 = H_0 \frac{\lambda_L}{\psi} \frac{1}{\operatorname{ch} \psi \frac{d}{2\lambda_L}}$, що дає:

$$A(x) = H_0 \frac{\lambda_L}{\psi} \frac{\operatorname{sh} \psi \frac{x}{\lambda_L}}{\operatorname{ch} \psi \frac{d}{2\lambda_L}}; \quad H(x) = H_0 \frac{\lambda_L}{\psi} \frac{\operatorname{ch} \psi \frac{x}{\lambda_L}}{\operatorname{ch} \psi \frac{d}{2\lambda_L}}.$$

Вважаючи, що плівка дуже тонка, як ми і припускали, представимо:

$$H(x) = H_0; \quad A(x) = H_0 x,$$

і тоді з першого рівняння знаходимо:

$$\left(\frac{2\pi\xi_S}{\Phi_0}\right)^2 H_0^2 x^2 - 1 + \psi^2 = 0; \quad \psi = \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\xi_S H_0}{\Phi_0}\right)^2 x^2}.$$

Видно, що ми отримали розв'язок, який нібито суперечить зробленому припущенню про незалежність параметра порядку ψ від координати x . Тому, щоб позбавитись цієї залежності, усереднимо ψ^2 по товщині, або запишемо:

$$\bar{\psi}^2 d = \int_{-d/2}^{d/2} \psi^2 dx = \int_{-d/2}^{d/2} \left[1 - \left(\frac{2\pi\xi_S H_0}{\Phi_0}\right)^2 x^2\right] dx = d - \left(\frac{2\pi\xi_S H_0}{\Phi_0}\right)^2 \frac{d^3}{12}.$$

Згадуючи також, що $\sqrt{2}H_{cm} = \Phi_0 / 2\pi\lambda_L\xi_S$, приходимо до остаточної відповіді (див. також рис. 15.6):

$$\bar{\psi}^2 = 1 - \left(\frac{2\pi\xi_S H_0}{2\sqrt{2}\pi\lambda_L\xi_S H_{cm}}\right)^2 \frac{d^2}{12} = 1 - \frac{1}{24} \left(\frac{H_0}{H_{cm}}\right)^2 \left(\frac{d}{\lambda_L}\right)^2,$$

яка свідчить, що з ростом поля параметр порядку $\bar{\psi}$ зменшується і в полі

$$H_{cr} = 2\sqrt{6} \frac{\lambda_L}{d} H_{cm} \gg H_{cm} \quad (\lambda \gg d)$$

зникає. Таким чином, чим менше товщина пластинки, тим більше поле H_{cr} і тим останнє більше за H_{cm} .

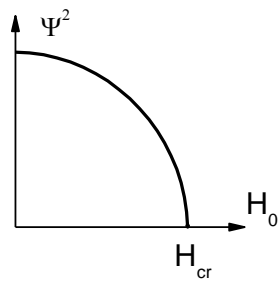


Рис. 15.6

Отримані формули залишаються справедливими лише при малих товщинах, а фізика пояснюється тим, що магнітний момент пластинки набагато менший, чим у масивного зразка і відповідні цьому моменту НП струми не руйнують надпровідність.

Повертаючись до вихорів, у відповідності до обраної аналогії покладемо, що в цьому випадку $d \sim \xi_S$,

звідки $H_{cr} \approx H_{c2} \sim \frac{\lambda_L}{\xi_S} H_{cm} = \kappa_{GL} H_{cm}$. Зауважимо, що

точний розрахунок взаємодії вихорів у пластинках дає $H_{c2} = \sqrt{2} \kappa_{GL} H_{cm}$. Якщо знову використати формули $\sqrt{2} H_{cm} = \Phi_0 / 2\pi \lambda_L \xi_S$ та $H_{c2} = \sqrt{2} (\lambda_L / \xi_S) H_{cm}$, то легко отримати зв'язок $2\pi \xi_S^2 H_{c2} = \Phi_0$, який дозволяє за величиною H_{c2} знаходити довжину ξ_S . Наприклад, величезні поля у ВТНП дають дуже малі значення для величини ξ_S , що пояснюється дуже малим розміром куперівських пар у цих сполуках.

Зауважимо також, що $H_{c2} \gg H_{c1}$:

$$\frac{H_{c2}}{H_{c1}} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_S^2} \frac{4\pi\lambda_L^2}{\Phi_0 \ln \kappa_{GL}} = \frac{2\kappa_{GL}^2}{\ln \kappa_{GL}} \gg 1;$$

$$\begin{aligned} H_{c2} - H_{c1} &= \frac{\Phi_0}{2\pi} \left(\frac{1}{\xi_S^2} - \frac{\ln \kappa_{GL}}{2\lambda_L^2} \right) = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_S^2} \left(1 - \frac{\ln \kappa_{GL}}{2\kappa_{GL}^2} \right) \approx \\ &\approx \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_L^2} \frac{2\lambda_L^2}{\xi_S^2} = \frac{2\kappa_{GL}^2}{\ln \kappa_{GL}} H_{c1} \gg H_{c1}. \end{aligned}$$