

Лекція 16

21. Оборотний магнітний момент НП-II

Оскільки поле проривається у НП-II, цікаво визначити магнітний момент \mathbf{M} в області зовнішніх полів $H_{c1} < H_0 < H_{c2}$, тобто знайти функцію $\mathbf{M}(\mathbf{H}_0)$. В принципі, така задача повинна розв'язуватись шляхом мінімізації вільної енергії та знаходження рівноважної величини моменту. Проте ми застосуємо штучний прийом, запропонований російським вченим В.В. Шмідтом, який багато років викладав курс з фізики НП у Московському фізико-технічному інституті та Московському інституті сталі та сплавів.

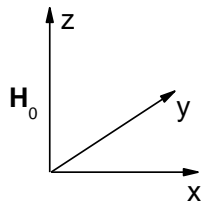


Рис. 16.1

Нехай маємо масивний НП-II, що знаходиться у зовнішньому магнітному полі $\mathbf{H}_0 \parallel z$ (рис. 16.1) і при цьому довжина когерентності є функцією координати, тобто $\xi_S = \xi_S(x)$. Припустимо для визначеності, що залежність $\xi_S(x)$ є зростаючою функцією x . Тоді у відповідності до того, що, як було доведено на попередній лекції, добуток $H_{c2}\xi_S^2 = const$, поле H_{c2} також буде функцією x , але спадаючою.

В таких умовах густина магнітного потоку, або індукція $\mathbf{B} \parallel z$, також стає залежною від x , а це, в свою чергу, означає, що потече струм

$$\mathbf{j}_s = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = -\frac{c}{4\pi} \frac{dB}{dx} \mathbf{j}$$

(треба мати на увазі, що в останньому виразі $\mathbf{j} \parallel y$ – це орт).

Оскільки $\mathbf{B} = \mathbf{H}_0 + 4\pi\mathbf{M}$ і $\mathbf{j}_s \parallel y$, то з отриманого співвідношення знаходимо, що

$$j_s = -\frac{c}{4\pi} 4\pi \frac{dM}{dx} = -c \frac{dM}{dx}.$$

Як ми пам'ятаємо, на кожний вихор діє сила Лоренца

$$\mathbf{f}_L = \frac{1}{c} [\mathbf{j}_s, \Phi_0] = -\frac{1}{c} c \left[\frac{dM}{dx} \mathbf{j}, \Phi_0 \mathbf{e}_z \right] = - \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & \frac{dM}{dx} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_0 \end{vmatrix} = -\Phi_0 \frac{dM}{dx} \mathbf{i},$$

яка, враховуючи, що $dM/dx < 0$, направлена саме вздовж осі x , $\mathbf{f}_L \parallel x$. З іншої сторони, в існуючому полі вихори врівноважені, тобто не рухаються, звідки випливає, що на них діє ще деяка сила. Її походження стає зрозумілим, якщо дійсно виконується припущення, що $\xi_s = \xi_s(x)$. В цих умовах власна енергія вихору, яку ми записували у вигляді

$$\Delta F_s(\mathbf{H}) = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_L} \right)^2 \ln \frac{\lambda_L}{\xi_s}$$

(λ_L – лондонівська глибина проникнення), також буде функцією x , і на вихор буде діяти термодинамічна сила $-\nabla\Delta F_S(\mathbf{H})$, явний вираз якої знаходиться прямим обчисленням:

$$-\nabla\Delta F_S(\mathbf{H}) = -\left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda}\right)^2 \frac{\xi_S}{\lambda_L} \left(-\frac{\lambda_L}{\xi_S^2}\right) \frac{d\xi_S}{dx} = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_L}\right)^2 \frac{1}{\xi_S} \frac{d\xi_S}{dx}.$$

Стандартна умова рівноваги $-\nabla\Delta F_S(\mathbf{H}) + \mathbf{f}_L = 0$ дає рівняння:

$$\left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_L}\right)^2 \frac{1}{\xi_S} \frac{d\xi_S}{dx} - \Phi_0 \frac{dM}{dx} = 0,$$

з якого знаходимо момент

$$M(x) = \frac{\Phi_0}{16\pi^2\lambda_L^2} \ln \frac{\xi_S(x)}{\xi_0},$$

де ξ_0 – константа інтегрування. Як її знайти? Міркування В.В. Шмідта були такими: ми шукаємо залежність $M(\mathbf{H}_0)$, а це означає, що і $\xi_0 = \xi_0(\mathbf{H}_0)$. При цьому, як ми домовлялися, величина $\xi_S(x)$ монотонно зростає із збільшенням x , а величина $H_{c2}(x)$ – монотонно спадає і очевидно, що в деякій точці x_0 виконуватиметься рівність $H_{c2}(x_0) = H_0$. Тоді цій точці зникне магнітний момент, $M(x_0) = 0$, або, що видно з останньої формули, $\xi_S(x_0) = \xi_0$. В той же час можна написати низку рівностей:

$$2\pi\xi_S^2 H_{c2} = \Phi_0 \rightarrow 2\pi\xi_S^2(x) H_{c2}(x) = \Phi_0 \rightarrow \begin{cases} 2\pi\xi_0^2 H_0 = \Phi_0; \\ 2\pi\xi_S^2 H_{c2} = \Phi_0. \end{cases}$$

звідки маємо $\xi_0^2 H_0 = \xi_S^2 H_{c2}$, або $\xi_S / \xi_0 = (H_0 / H_{c2})^{1/2}$.

У підсумку, приходимо до шуканої залежності:

$$M(\mathbf{H}_0) = \frac{\Phi_0}{16\pi^2 \lambda_L^2} \ln \sqrt{\frac{H_0}{H_{c2}}} = -\frac{\Phi_0}{32\pi^2 \lambda_L^2} \ln \frac{H_{c2}}{H_0},$$

з якої легко знаходимо магнітну індукцію

$$B(\mathbf{H}_0) = H_0 - \frac{\Phi_0}{8\pi\lambda_L^2} \ln \frac{H_{c2}}{H_0}.$$

Знову ж таки треба мати на увазі, що наш розгляд справедливий лише за умови $\lambda_L \gg \xi_S$ (або $\kappa_{GL} \gg 1$), тобто для НІІ-ІІ. Розглянемо поведінку магнітного моменту поблизу критичного поля, коли $H_0 \rightarrow H_{c2}$.

Тоді можна тотожно записати, що

$$\frac{H_{c2}}{H_0} = \frac{H_{c2} - H_0}{H_0} + 1,$$

звідки маємо

$$M(\mathbf{H}_0) = -\frac{\Phi_0}{32\pi^2 \lambda_L^2} \ln\left(1 + \frac{H_{c2} - H_0}{H_0}\right) \approx -\frac{\Phi_0}{32\pi^2 \lambda_L^2} \frac{H_{c2} - H_0}{H_0}.$$

Згадуючи, що $\Phi_0 = 2\pi\xi_S^2 H_{c2}$, отримуємо

$$-4\pi M(\mathbf{H}_0) = \frac{2\pi\xi_S^2 H_{c2}}{8\pi\lambda_L^2} \frac{H_{c2} - H_0}{H_0} \approx \frac{H_{c2} - H_0}{4\kappa_{GL}^2},$$

або лінійний хід моменту при наближенні величини зовнішнього поля до другого критичного.

Нарешті, дамо відповідь на питання, що представляє собою величина H_{cm} у випадку НП-II. Для НП-I, як ми вже неодноразово підкреслювали, – це критичне (термодинамічне) поле масивного зразка. Саме в цьому полі НП-I переходить у нормальний стан.

У випадку НП-II при такому значенні зовнішнього поля нічого особливого не відбувається, а на кривій $M(\mathbf{H}_0)$ точка $H_0 = H_{cm}$ нічим не виділена. Величину $H_{cm} \equiv H_{cm}(T)$ в діапазоні $T \leq T_c$ можна при цьому розглядати як міру енергетичної вигідності НП стану відносно нормального для даного матеріалу у відсутності поля. Як і раніше, це твердження можна представити умовою:

$$F_N(0) - F_S(0) = \frac{H_{cm}^2}{8\pi},$$

де нульові аргументи вільних енергії відповідають значенню поля.

Але наведене рівняння для різниці вільних енергій можна записати і в інший спосіб, якщо прийняти до уваги, що перехід НП-II до нормального стану буде мати місце саме тоді, коли на його (надпровідника) намагнічування буде витрачена робота, як раз рівна цій різниці – $F_N(0) - F_S(0)$. Формально це означає, наступну рівність:

$$-\int_0^{H_{c2}} M(\mathbf{H}_0) dH_0 = \frac{H_{cm}^2}{8\pi},$$

з якої приходимо до такого визначення:

$$H_{cm}^2 = 2 \int_0^{H_{c2}} [H_0 - B(\mathbf{H}_0)] dH_0,$$

що вичерпує питання.

Ще одне зауваження. Якщо читач десь зустрінеться з тим, що існує ще поле H_{c3} , то не треба дивуватися і думати, що це помилка. Інколи, при дослідженні поверхневих ефектів, виявляється, що аналогічно НП-I системи НП-II мають деякі фізичні параметри, що на поверхнях зразка відрізняються від об'ємних. Тоді вводять уявлення про ті чи інші поверхневі параметри, до набору яких може, зокрема, відноситися і поле H_{c3} . Проте ми не зупинятимемося на цих і подібних до них тонких і спеціальних питаннях фізики НП.

22. Критичний струм у НП-II

Якщо НП-II знаходиться у змішаному стані, то по ньому можна пропускати струм від зовнішнього джерела. Припустимо, що такий струм є перпендикулярним до осей вихорів. Тоді на них буде діяти сила Лоренца (нагадаємо, що коли самого струму (до речі, він зветься *транспортним*) немає, то вихори, як тількино ми показали, знаходяться у рівноважному стані), яка може викликати рух кожного вихору та відповідно утвореної ними ґратки. І якщо НП не має жодного дефекту, то при будь-якій скільки завгодно малій силі Лоренца, вихори почнуть свій рух.

Нижче ми покажемо, що такий рух супроводжується дисипацією енергії (тобто опором). З цього не-

гайно впливає, що *критичний струм* (тобто струм за наявності опору) ідеального (бездефектного) НП дорівнює нулеві.

Тут ми зустрічаємося з тією, достатньо ординарною, ситуацією, коли ідеальна в деякому сенсі система виявляється практично некорисною. Нагадаю також напівпровідники, які без легування, тобто в своєму вихідному кристалічно ідеальному стані, виявляються просто діелектриками. Системи ВТНП також набувають своїх властивостей після *допування* (синонім процесу легування). Можна навести й інші приклади.

На щастя, у реальних кристалічних системах, зокрема НП-II, завжди присутні різні дефекти – дислокації або їх скупчення, дислокаційні стінки, включення іншої фази, границі двійників або зерен, пори, за які вихори можуть буквально “зачепитися” та, не маючи можливості подолати таку перешкоду, виявитись і залишатись нерухомими. У зачепленій якимось чином вихровій гратці струм (вже не будь-якої, а тільки скінченої величини) може примусити вихори почати рух. Дійсно, струм викликає силу Лоренца, яка діє на вихори і яка спроможна “відірвати” їх від точок закріплення. Такі точки отримали назву *центрів пінінгу* (*pin* – голка, *pinning* – пришпилювання). Відповідно, густина струму, при якому вихори зриваються з центрів пінінгу, зветься *критичною густиною* струму j_c .

Важливо розуміти, що під поняттям дефектів треба собі уявляти не всі можливі неоднорідності, що існують в гратках. Зокрема, поодинокі домішки, вакансії

тощо, вихори просто не “помітять”. Характерний розмір вихору – довжина когерентності ξ_S , яка набагато перевищує постійну ґратки або будь-який атомний розмір. Тому найбільш ефективні для сил пінінгу є дефекти з розмірами $\geq \xi_S$.

Дослідження довели, що критична густина струму може надзвичайно сильно змінюватися у залежності від обробки матеріалу і виявлятися дуже чутливою до його структури. Але що принципово, так це те, що величини T_c або H_{c2} при цьому практично не змінюються. Таким чином (тобто виключно технологічними засобами), вдається досягати у НП магнітах та інших НП пристроях значень густини НП струму $j_c \sim 10^6 \div 10^7$ А/см².

Розглянемо НП-II, по якому тече струм, і припустимо, що в цьому матеріалі багато центрів пінінгу. Який же механізм протікання струму?

Для того, щоб струм йшов по всьому об'єму (перерізу) НП, необхідною умовою є неоднорідний розподіл вихорів. Дійсно, густина транспортного струму і викликане ним поле зв'язані в кожній точці співвідношенням

$$\mathbf{j}_T = -\frac{c}{4\pi} \text{rot}\mathbf{B},$$

де $|\mathbf{B}| = \Phi_0 n_{vor}$ – середнє значення поля в даному місці, тобто магнітна індукція, усереднена по області, розміри якої набагато більші за відстань між вихорами, а n_{vor} – їх середня густина там же. Із наведеної формули добре видно, що $\mathbf{j}_T \neq 0$ саме там, де, з одного

боку, також і $n_{vor} \neq 0$, а з іншого, – треба, щоб $n_{vor} = n_{vor}(\mathbf{r})$, бо ця густина стоїть під знаком диференціальної операції.

Як же виникає такий стан, коли по перерізу НП-II встановлюється критична густина струму? Щоб це

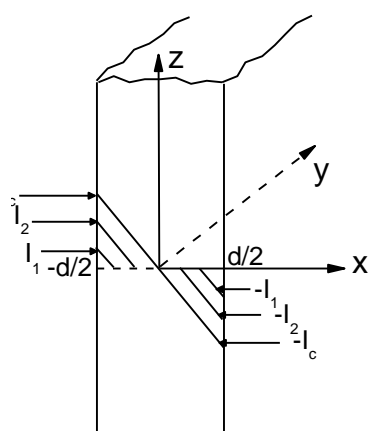


Рис. 16.2

демонструвати, розглянемо (див. рис. 16.2) нескінчену пластину товщини d , в якій за припущенням є дефекти, що завдяки явищу пінінгу заважають вихорам зсуватися. Нехай при цьому, $d \gg \lambda_L$, а $\mathbf{H}_0 = 0$. Якщо у напрямку осі y тече струм, то спочатку, як у бездефектного НП, струм піде по поверхні (ми це бачили, коли вивчали (див. Лекцію 6, п. 9) розв'язки рівнянь Лондонів для пластини та будували криві розподілу струмів і магнітного поля по товщині), що відповідає ефекту Мейсснера-Оксенфельда.

Коли поле, що створене на поверхні (ми його позначали H_l), перевищить критичне поле H_{c1} , у НП-II почнуть народжуватись вихори (рис. 16.3). У відповідності до напрямків струму та виникаючого завдяки ньому поля вони (вихори) матимуть протилежні напрямки на різних сторонах пластини. Проте, з'являючись на поверхні, ці вихори будуть закріплюватись на неоднорідностях, існування яких у

пластині ми припустили, бо без них неможливо створити зразок реального матеріалу. Густина транспортного НП струму у пластині, як ми знаємо, теж неоднорідна і визначається формулою

$$H(x) = -H_1 \frac{sh(x/\lambda_L)}{sh(d/2\lambda_L)},$$

де $H_1 = 2\pi I / c$; при цьому

$$j_S(x) = \frac{cH_1}{4\pi\lambda_L} \frac{sh(x/\lambda_L)}{ch(d/2\lambda_L)}.$$

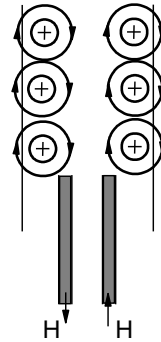


Рис. 16.3

Оскільки за припущенням розподіл дефектів (а отже і густини $n_{vor}(\mathbf{r})$ вихорів) неоднорідний, виникає скінчена величина $\nabla n_{vor}(\mathbf{r}) \neq 0$. Зрозуміло, що у кожному місці і у кожному момент часу вона буде максимальною, тобто такою, щоб забезпечити протікання критичного струму.

Таким чином, виходячи з наведеного виразу для струму, у деякій області поблизу поверхні, де він найбільший, протікатиме критичний струм, в той час як в інших областях пластини ніякого струму не буде. Нехай струм зростає від величини I_1 до величини $I_2 (> I_1)$. Тоді вихори, зберігши градієнт густини $\nabla n_{vor}(\mathbf{r}) \equiv (\nabla n_{vor})^{cr}$, просунуться до центру. Таке збільшення можна здійснювати до тих пір, поки нуль струму не виявиться на лінії $x = 0$.

Такий стан, коли в кожному місці поперечного перерізу НП тече критичний струм, називається **критичним станом**. (Очевидно, що критичний струм є неоднорідним.)

Припустимо тепер, що НП-II (див. рис. 16.4), знаходиться у зовнішньому магнітному полі, яке вводиться у напрямку $\mathbf{H}_0 \parallel Oz$ і при цьому $H_0 \gg H_I$.

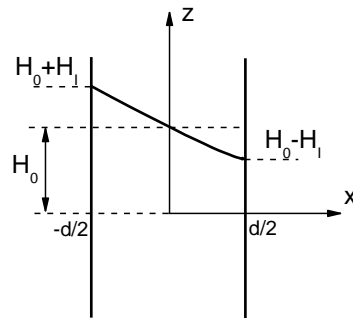


Рис. 16.4

Тоді, нагадаю, на одному боці пластини поле $H_0 + H_{Ic}$, а на іншому – $H_0 - H_{Ic}$, проте цією різницею за наведеною умовою можна знехтувати. Густина критичного струму у полі H_0 менша, ніж у

відсутності поля, тому величина критичного градієнту густини вихорів також буде меншою.

Дійсно, сила Лоренца, що діє на одиницю довжини вихору,

$$f_L = \frac{1}{c} j_{tr} \Phi_0,$$

а на одиницю об'єму –

$$F_L = \frac{1}{c} j_{tr} B,$$

оскільки сумарна довжина усіх вихорів в одиниці об'єму може бути прирівнена до числа вихорів, що помножене на f_L :

$$F_L = n_{vor} f_L = n_{vor} \frac{1}{c} j_{tr} \Phi_0 = \frac{1}{c} j_{tr} B,$$

де, як і вище, $B = n_{vor} \Phi_0$. Саме ця сила врівноважується у стаціонарному стані силою пінінгу, або силою закріплення вихорів на неоднорідностях.

Введемо уявлення про таку силу пінінгу F_p . Критичний струм при цьому має задовільняти рівнянню

$$\frac{1}{c} j_{cr} B = F_p.$$

Зокрема, якщо вважати силу F_p незалежною від зовнішнього поля, то з останнього рівняння випливає пропорційність $j_c \sim 1/B$, яка, як правило, непогано узгоджується з наявними експериментальними спостереженнями.

Зробимо лише одне зауваження.

Якщо дефекти структури НП-II розподілені хаотично, то абсолютно жорстка ґратка вихорів на них закріпитися не може. Щоб це зрозуміти, зсунемо ґратку на малу відстань у напрямку дії сили Лоренца. Енергія системи при цьому не зміниться, тому що нове розташування центрів пінінгу відносно жорсткої вихорової ґратки, будучи випадковим, не відрізняється від вихідного, теж випадкового. Відсутність зміни енергії означає відсутність її градієнту, або, що теж саме, повертаючої сили.

Інша ситуація виникає, коли вихорова ґратка відповідає пружному середовищу. В ньому вихори підлаштовуються під даний хаотичний розподіл дефектів так, щоб уся система в цілому – центри пінінгу + деформована вихорова ґратка – знаходилися у деякому локальному мінімумі. Тому тепер необхідно деяке скінчене зусилля, щоб зірвати вихори з їх центрів пінінгу. При цьому очевидно, що чим м'якіша така ґратка, тим легше їй підлаштуватися під конкретний розподіл дефектів і тим більша сила пінінгу.

23. Резистивний стан

Розглянемо, нарешті, що відбувається, коли сила Лоренца \mathbf{F}_L , яка створена транспортним струмом, перебільшить силу пінінгу і вихори почнуть рухатись, тобто коли впоперек транспортного струму тече ґратка вихорів. Покажемо, що в цьому випадку виникає дисипація енергії, або електроопір. Відповідний стан називається *резистивним*.

Відомо, що течія магнітного поля створює (у відповідності до закону електромагнітної індукції Фарадея) електричне поле \mathbf{E} , яке направлене по струму. Це означає, що відбуватиметься дисипація енергії, яка дорівнюватиме джоульовому теплу $\mathbf{E}\mathbf{j}_r$.

Нехай стала швидкість течії вихорів у напрямку сили Лоренца, тобто перпендикулярно до струму та магнітного поля, дорівнює \mathbf{v}_L . Робота в одиницю часу, що витрачена зовнішнім джерелом на просування вихорів, визначається добутком $\mathbf{F}_L\mathbf{v}_L$, де \mathbf{F}_L – введена нами сила Лоренца. Зрозуміло, що це і є енергія, що виділятиметься в одиниці об'єму в одиницю часу, або

$$\mathbf{F}_L\mathbf{v}_L = \mathbf{E}\mathbf{j}_r,$$

звідки отримуємо

$$E = \frac{F_L v_L}{j_r} = \frac{\frac{1}{c} j_r B v_L}{j_r} = \frac{1}{c} B v_L.$$

Питомий опір НП-II, який з'являється при течії магнітного потоку, позначається як ρ_{f-f} (від flux-flow) та має вигляд

$$\rho_{f-f} = \frac{E}{j_{tr}}$$

Оскільки рух вихорів, з одного боку, супроводжується виділенням енергії, а з іншого, – є стаціонарним, можна вважати, що вони рухаються у в'язкому середовищі з коефіцієнтом тертя η_{vor} , а відповідно енергія йде на подолання сили тертя $\mathbf{f}_{fr} = -\eta_{vor} \mathbf{v}_L$ – на один вихор.

Рівняння руху для вихору очевидне:

$$f_{fr} + f_L = 0.$$

Для сил на одиницю об'єму тоді маємо:

$$n_{vor}(f_{fr} + f_L) = F_L - \eta_{vor} \frac{B}{\Phi_0} v_L = 0.$$

Як ми показали, $F_L = (1/c) j_{tr} B$, тому

$$\frac{1}{c} j_{tr} B = \eta_{vor} B \frac{v_L}{\Phi_0} \quad \rightarrow \quad v_L = \frac{1}{c \eta_{vor}} j_{tr} \Phi_0.$$

Це дає можливість записати

$$\rho_{f-f} = \frac{E}{j_{tr}} = \frac{1}{c} \frac{B v_L}{j_{tr}} = \frac{1}{c} \frac{1}{j_{tr}} B \frac{1}{c \eta_{vor}} j_{tr} \Phi_0 = \frac{B \Phi_0}{c^2 \eta_{vor}}.$$

Якщо η_v не залежить від B , то видно, що $\rho_{f-f} \sim B$. В температурній області $T \ll T_c$ експеримент свідчить на користь цього співвідношення.

Коефіцієнт η_L в принципі неважко виміряти. У точці $H_0 = H_{c2}$, коли опір вже відповідає нормальному стану, маємо $H_0 = H_{c2} = B$ і

$$\rho_{f-f} \rightarrow \rho_N = \frac{\Phi_0 H_{c2}}{c^2 \eta_{\text{vor}}}, \quad \text{або} \quad \eta_L = \frac{\Phi_0 H_{c2}}{c^2 \rho_N}.$$

Щоб уявити порядки величин, наведемо як приклад, що у реальних експериментах при магнітній індукції $B \sim 10^4$ Гс у зразку виникає електричне поле $E \sim 10^{-6}$ В/см, звідки знаходимо

$$v_L = \frac{cE}{B} \approx 3 \cdot 10^{10} \frac{10^{-6}}{300} 10^4 \approx 10^{-2} \text{ см/с},$$

де ми використали перехід до системи одиниць СГСЕ (підкреслено).