

Лекція 4

4. Деякі підходи до опису надпровідного стану. Ретроспективний погляд

Ми почали з розгляду деяких властивостей НП і побачили їх особливості. Вивчення НП поєднує різні розділи фізики – термодинаміку, електродинаміку, квантову механіку, багато інших. Саме тому теорія НП залишалася не розробленою стільки років. Але теоретики, пропонуючи різні варіанти, не могли зробити те, що від них чекали, бо була невідома причина явища. Першою теорією, яка відповідала хоч на деякі питання, була теорія братів Фріца та Гейнца Лондонів. Як ми побачимо вже скоро, це була теорія, яка шляхом деяких додаткових припущень, що спиралися на експериментальні спостереження, узагальнювала рівняння Максвелла на випадок НП. Проте, чому виникає така поведінка, залишалося незрозумілим.

В дуже нетривіальному припущенні Лондони запропонували поділити всі електрони НП на дві групи – нормальні та надпровідні. Густина n_s надпровідних має залежати від температури T і зменшуватись з її зростанням до нуля при $T = T_c$. Фактично Лондони розвинули *дворідинну модель*, яка згодом зіграла велику роль при створенні теорії надплинності. Для НП

електронів, за думкою Лондонів, опір відсутній, нема також електричного поля, бо у відсутності опору такі електрони мали б дуже сильно прискорюватись. При цьому, якщо поля нема, то в стаціонарних умовах електрони нормальної рідини, або *нормальної компоненти*, теж залишаються нерухомими. Якщо ж поле змінне, то рухатися можуть обидва колективи. Тоді реальну картину НП можна уявити схемою з паралельним з'єднанням провідників, причому ідеальний провідник має індуктивність, яка забезпечує інерціальні властивості НП електронів.

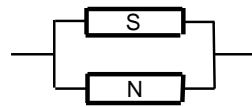


Рис. 4.1

Незважаючи на певні успіхи, теорія Лондонів в той же час не могла дати пояснення одному дуже неприємному для себе факту. З неї випливало, що енергія σ_{NS} границі, що розділяє області нормальної і НП областей (доменів) у проміжному стані, завжди від'ємна. Так відбувалось навіть для циліндра у поздовжньому магнітному полі, який мав би розшаруватись. Проте експерименти до цього не приводили. Подібне спостерігалось лише для тіл іншої форми, а крім того, розміри шарів виявлялись досить великими.

Протиріччя було зняте В.Л. Гінзбургом і Л.Д. Ландау, які також побудували феноменологічну теорію, але включивши в неї квантово-механічні ефекти. Як вони це зробили, ми вивчатимемо далі. Скажу лише: їм вдалося врахувати, що електрони не є класичними об'єктами і мають описуватись хвильовою функцією так, що густина НП електронів $n_s \sim |\Psi|^2$. При цьому

квадрат модуля цієї функції повинен дорівнювати нулю на NS -границі та бути рівним своєму максимальному значенню n_s всередині НП області. Це, в свою чергу, означає, що $\Psi \rightarrow \Psi(\mathbf{r})$ і що величина $\nabla\Psi \neq 0$, яка через $|\nabla\Psi|^2$ визначає кінетичну енергію НП колективу. І оскільки $\nabla\Psi$ найбільш актуальний саме в області міждоменної NS -границі, остання буде мати додаткову позитивну (кінетичну) енергію, як завжди, $\sim (\nabla\Psi)^2$, що може зняти згаданий недолік теорії Лондонів, дозволивши отримати бажаний і фізично зрозумілий результат $\sigma_{NS} > 0$.

Теорію Гінзбурга і Ландау ми більш детально будемо розбирати пізніше, але вже зараз треба мати на увазі, що вони не тільки вперше застосували до НП квантову механіку, але й зробили суттєвий крок, що полягав у глибокому припущенні про залежність багатоелектронної хвильової функції Ψ від єдиної координати \mathbf{r} , а не координат $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3 \dots \mathbf{r}_{N_{el}}$ всіх електронів. Тобто вони (Гінзбург і Ландау) використали уявлення про когерентну колективну поведінку великої кількості окремих частинок, що було і нетривіально, і дозволило передбачити нові ефекти. Недарма ця робота вважається однією з найвидатніших у фізиці ХХ-го століття і була відмічена Нобелівською премією 2003 року.

Варто заради наукової та історичної справедливості сказати і про єдину помилку, що допустили Ландау і Гінзбург. Вона стосується заряду частинок, який в теорії Гінзбурга-Ландау позначався e^* . Хоча Гінзбург вважав його ефективним, Ландау заперечив, і в їх ро-

боті з'явилася фраза, що “немає причин вважати цей заряд відмінним від заряду електрона”.

Подальший важливий розвиток теорія Гінзбурга-Ландау, як її всі називають, отримала в роботах учня Ландау і теж Нобелівського лауреата О.О. Абрикосова, який припустив, що і від'ємна $\sigma_{NS} < 0$ може мати фізичний зміст і фактично передбачив і описав явища, що спостерігаються у НП-II, зокрема, вихорові утворення, через які магнітне поле може проникати в НП до дуже високих своїх значень, зберігаючи при цьому НП стан. Історична правда вимагає також нагадати, що задовго до робіт Абрикосова видатний харківський експериментатор Л.В. Шубніков спостерігав і описав явища, які притаманні НП-II, але не зміг закінчити свої дослідження внаслідок арешту і страти сталінським режимом.

Як і будь-який феноменологічний підхід, теорія Гінзбурга-Ландау не давала відповіді на основне питання, чому і за яких умов в металах утворюється НП колектив електронів. Таке становище зберігалось до початку 50-х років минулого сторіччя, коли англійці Е. Максвелл і К. Рейнольдс відкрили так званий *ізотопічний ефект*, який полягає в існуванні у кожному НП співвідношення

$$T_c \sqrt{M} = const$$

між критичною температурою і масою ізотопів іонів, що утворюють кристалічну ґратку.

Що визначав цей результат? Те, наприклад, що стан електронів якимось чином залежить від ґратки, хоча багато років до того вважалося, що ґратка є лише

джерелом опору. Крім того, що взаємодія електронів з ґраткою теж має визначати саме явище НП. Ізотоп-ефект став тим ключовим поштовхом, який просунув вглиб розуміння НП. Головний крок зробили американські дослідники Дж. Бардін, Л. Купер і Р. Шріффер, які розвинули теорію електронів, що через фонони ґратки взаємодіють між собою. Роль останньої двояка – створення джерел розсіяння і служити причиною об'єднання електронів у зв'язані *двійки* (або бозонні за їх спіном *пари*), які можуть конденсуватись в одному стані, утворюючи *когерентний конденсат*.

Суть полягала у тому, що поблизу поверхні Фермі при наявності притягання між електронами вони завжди об'єднуються в пари, яким би слабким не був потенціал притягання. Це зветься *феноменом Купера*. Тим самим в системі з'являються бозони, які можуть стати надплинними. Теорія надплинності на той час вже була непогано розвинута, що сприяло досить швидкому розвитку теорії на базі підходу БКШ.

Думаю, має сенс нагадати, що таке критерій надплинності Ландау.

Хай є капіляр, по якому тече рідина (рис. 4.2). Її швидкість \mathbf{v} , а енергія елемента об'єму $M\mathbf{v}^2/2$. Щоб записати критерій, треба знати, як перетворюється енергія при переході від однієї системи до іншої.



Рис. 4.2

Дійсно, нехай є частинка з масою m , що рухається з швидкістю \mathbf{v} в лабораторній системі. Енергія частинки $\varepsilon = m\mathbf{v}^2/2$. Перейдемо в систему, яка рухається з швидкістю \mathbf{u} так, що $\mathbf{v} = \mathbf{v}_* + \mathbf{u}$ (при цьому

$v_* = v - u < v$). В новій системі

$$\varepsilon_* = \frac{mv_*^2}{2} = \frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{2m\mathbf{v}\mathbf{u}}{2} + \frac{mu^2}{2} = \varepsilon + \frac{mu^2}{2} - \mathbf{p}\mathbf{u}$$

Повернемося до рідини і перейдемо до системи координат, де рідина покоїться (рис. 4.3). Тоді в цій системі $\varepsilon = 0$. Але рухаються стінки, завдяки чому в рідині може народитися збудження з енергією $\varepsilon(\mathbf{p})$, де \mathbf{p} – імпульс збудження.

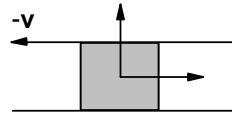


Рис. 4.3

Це означає, що імпульс елемента об'єму також \mathbf{p} . Якщо повернутися в систему покою стінок, то можемо зразу написати

$$\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{p}) + \frac{M\mathbf{v}^2}{2} + \mathbf{p}\mathbf{v},$$

де тепер \mathbf{u} – це фактично $-\mathbf{v}$, а $M\mathbf{v}^2/2$ – енергія елемента об'єму. Таким чином, в системі координат нерухомих стінок, енергія складається з енергій елемента, збудження і члена, який є перехідним між збудженням і тим, що воно народилося в середовищі, що рухається.

Коли поява збудження внаслідок тертя рідини об стінки буде вигідною? Зрозуміло, що тоді, коли енергія системи із збудженням буде нижчою, ніж без нього. Ця умова визначається очевидною рівністю

$$\varepsilon(\mathbf{p}) + \mathbf{p}\mathbf{v} < 0.$$

Найбільш сприятлива ситуація складається, якщо $\mathbf{p}\mathbf{v} < 0$, або напрями руху елемента і збудження протилежні. З цього випливає, що швидкість має задовольняти умові

$$v > \frac{\varepsilon(\mathbf{p})}{p}.$$

Іншою мовою, якщо швидкість руху рідини більша хоча б за мінімальне значення відношення $\varepsilon(\mathbf{p})/p$, в ній будуть спонтанно народжуватись збудження, а вона сама гальмуватись.

Перевіримо цей критерій для різних дисперсій на прикладі спектру загального вигляду, а саме:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) \sim p^n,$$

де $n=1, 2$. Тоді для $\varepsilon(\mathbf{p}) = c_{ex}p$, де c_{ex} – швидкість збудження, такою швидкістю буде саме $v = c_{ex}$, і при швидкості рідини $v < c_{ex}$, в останній не будуть народжуватись збудження, тобто вона буде рухатись без тертя, а відповідний рух буде таким, який ми називаємо *надплинним*.

Нехай тепер дисперсія має звичайний вигляд $\varepsilon(\mathbf{p}) \sim p^2$. Звідси маємо $\varepsilon(\mathbf{p})/p = p$ і $\varepsilon(\mathbf{p})/p|_{\min} = p_{\min} = 0$. Тобто для спектру з квадратичним законом дисперсії при будь-якій швидкості будуть народжуватись елементарні збудження. Це ж буде виконуватись і для усіх $n > 2$.

Отже, НП – це надплинність куперівських пар. Як показано в теорії БКШ, спектр електронів у НП має

форму $\varepsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{v_F^2 p^2 + \Delta_S^2}$, де v_F – швидкість Фермі, а Δ_S – так звана НП щілина, фізичний смисл якої ми розглядатимемо пізніше. Видно, що $\varepsilon(\mathbf{p})/p$ досягає мінімуму, коли $v \leq v_F$, або фермівська швидкість є граничною для НП конденсату.

5. Лінійна електродинаміка надпровідників. Рівняння Лондонів

5.1. *Перше рівняння.* Розглянемо підхід, який був сформульований братами Лондонами. Вони поставили задачу про опис поведінки НП, що знаходиться у зовнішньому електромагнітному полі. Відповідно до їх міркувань, припустимо, що всі вільні електрони металу розбиті на дві окремі групи: НП електрони з густиною n_S та нормальні електрони з густиною n_N . Зрозуміло, що повна густина n_f ферміонів (які можуть бути і електронами $f = e$, і дірками $f = h$) не що інше, як $n_f = n_N + n_S$. Будемо також припускати, що зовнішні поля настільки малі, що ніяк не відбиваються на величині n_f , тобто поле не генерує нових носіїв в системі.

Щоб вивести рівняння Лондонів, запишемо спочатку рівняння руху одиничного об'єму НП електронів, які знаходяться в електричному полі \mathbf{E} . Тоді згідно з другим законом Ньютона $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$, маємо:

$$m_f \frac{d\mathbf{v}_S}{dt} = e\mathbf{E},$$

або, що теж саме,

$$n_s m_f \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = n_s e \mathbf{E}.$$

В цих виразах m_f і e – маса і заряд електрона, \mathbf{v}_s – швидкість НП (або надплинної) компоненти. Введемо густину надструму

$$\mathbf{j}_s = n_s e \mathbf{v}_s;$$

використовуючи її, прямо приходимо до рівняння:

$$\frac{d}{dt} n_s e \mathbf{v}_s = \frac{n_s e^2}{m_f} \mathbf{E},$$

яке прийнято записувати у вигляді:

$$\frac{m_f}{n_s e^2} \frac{d}{dt} \mathbf{j}_s \equiv \frac{d}{dt} \Lambda \mathbf{j}_s = \mathbf{E},$$

де введено позначення $\Lambda \equiv m_f / n_s e^2$.

Останнє рівняння і є першим рівнянням Лондонів. Воно гласить, що в стаціонарному стані, тобто коли $d\mathbf{j}_s / dt = 0$, електричне поле у НП дорівнює нулеві, або відсутнє. Раніше ми згадували про це, спираючись на фізичні міркування. Це ж був важливий і досить строгий теоретичний результат.