

Лекція 9

Продовжимо вивчати теорію Гінзбурга-Ландау, зосередившись на розв'язках рівнянь, які ми отримали на попередній лекції.

13.3. *Проникнення магнітного поля.* Розглянемо просту задачу, яку ми вже розв'язали, але в підході Лондонів. Мова йде про проникнення магнітного поля в НП з плоскою границею. Нехай, як і раніше, НП займає напівпростір $x > 0$, а зовнішнє поле має напрямок $\mathbf{H}_0 \parallel z$. Оскільки поле затухає вздовж осі x , можна вважати, що

$$H_z(x) = \frac{dA_y(x)}{dx}.$$

Розпишемо перше рівняння

$$\xi_S^2 \left(i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2 \psi - \psi + |\psi|^2 \psi = 0,$$

яке можна дещо спростити:

$$\begin{aligned} \xi_S^2 \left[-\Delta \psi + \frac{2\pi}{\Phi_0} i\nabla(\mathbf{A}\psi) + \frac{4\pi^2}{\Phi_0^2} \mathbf{A}^2 \psi \right] - \psi + |\psi|^2 \psi &= 0; \\ -\xi_S^2 \Delta \psi + i\xi_S^2 \frac{2\pi}{\Phi_0} \operatorname{div} \mathbf{A} \psi + \xi_S^2 \frac{4\pi^2}{\Phi_0^2} \mathbf{A}^2 \psi - \psi + |\psi|^2 \psi &= 0. \end{aligned}$$

Оскільки $A_x = A_z = 0$, а $A_y = A_y(x)$, операція

$$\operatorname{div} \mathbf{A} \psi = (\nabla \mathbf{A} \psi) = \left[\mathbf{i} \frac{\partial(A_x \psi)}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial(A_y \psi)}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial(A_z \psi)}{\partial z} \right] = 0.$$

Розглянемо область поблизу T_c , коли $\xi_s^2 \gg 1$, тому можна вважати, що для знаходження хвильової функції досить рівняння:

$$\Delta \psi \equiv \frac{d^2 \psi}{dx^2} = 0,$$

розв'язок якого $\psi(x) = C_1 x + C_0$. З граничної умови $d\psi/dx|_{sur} = 0$ маємо $d\psi/dx = C_1 = 0$. Тоді $\psi(x) = C_0$, і ми можемо покласти $C_0 = 1$.

При дійсній функції ψ та $|\psi|^2 = 1$ треба повернутися до 2-го рівняння, яке приймає форму: $\lambda_z^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} + \mathbf{A} = 0$. Тоді

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} &= \\ &= \operatorname{rot} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & A_y(x) & 0 \end{vmatrix} = \operatorname{rot} \frac{\partial A_y(x)}{\partial x} \mathbf{k} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{dA_y(x)}{dx} \end{vmatrix} = \\ &= -\frac{d^2 A_y(x)}{dx^2} \mathbf{j}, \end{aligned}$$

звідки $\lambda_z^2 d^2 A_y(x)/dx^2 - A_y(x) = 0$. Зважаючи, що $\mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$, або $H_z(x) = dA_y(x)/dx$, останнє рівняння легко переписується до “старого” вигляду:

$$\begin{aligned}\lambda_L^2 \frac{d^2 A_y(x)}{dx^2} - A_y(x) &= \lambda_L^2 \frac{d^2 \left[\frac{dA_y(x)}{dx} \right]}{dx^2} - \frac{dA_y(x)}{dx} = \\ &= \lambda_L^2 \frac{d^2 H_z(x)}{dx^2} - H_z(x) = 0,\end{aligned}$$

який ми вже аналізували. Зрозуміло, що це рівняння має той самий розв'язок $H_z(x) = H_0 \exp(-x/\lambda_L)$.

13.4. *Гradientна інваріантність теорії Гінзбурга-Ландау.* Ми отримали, що рівняння Гінзбурга-Ландау визначаються векторним потенціалом \mathbf{A} , а він, як відомо не є однозначним. Зокрема, можна перейти до іншого векторного поля так, що

$$\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{A}} + \nabla\chi,$$

де $\chi(\mathbf{r})$ – довільна однозначна функція. При такій заміні спостережуване магнітне поле не змінюється

$$\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{A} = \text{rot}\tilde{\mathbf{A}},$$

тому що $\text{rot}\nabla = 0$.

Щоб розрахунки не залежали від вибору \mathbf{A} , треба, щоб теорія була gradientно інваріантна, тобто існували такі $\tilde{\mathbf{A}}$ та $\tilde{\psi}$, рівняння для яких мали б той самий вигляд.

Це дійсно так і легко перевірити, що якщо зробити заміни вектору-потенціалу

$$\mathbf{A} \rightarrow \tilde{\mathbf{A}} + \nabla\chi$$

та хвильової функції

$$\psi \rightarrow \tilde{\psi} e^{i\frac{2\pi}{\Phi_0}\chi(\mathbf{r})} = |\psi(\mathbf{r})| e^{i[\tilde{\theta}(\mathbf{r}) + \frac{2\pi}{\Phi_0}\chi(\mathbf{r})]},$$

то рівняння Гінзбурга-Ландау залишаться незмінними. Перевіримо це на прикладі другого рівняння, що має вигляд:

$$\text{rotrot}\mathbf{A} = \frac{|\psi|^2}{\lambda_L^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla\theta - \mathbf{A} \right).$$

Підстановка приводить до рівняння

$$\begin{aligned} \text{rotrot}(\tilde{\mathbf{A}} + \nabla\chi) &= \frac{|\tilde{\psi}|^2}{\lambda_L^2} \left[\frac{\Phi_0}{2\pi} (\nabla\tilde{\theta} + \frac{2\pi}{\Phi_0} \nabla\chi) - \tilde{\mathbf{A}} - \nabla\chi \right] = \\ &= \frac{|\tilde{\psi}|^2}{\lambda_L^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla\tilde{\theta} - \tilde{\mathbf{A}} \right) \end{aligned}$$

у нових змінних, яке є тотожним вихідному рівнянню Гінзбурга-Ландау.

Доведення градієнтної інваріантності першого рівняння Гінзбурга-Ландау пропонується для перевірки замість вправи.

З властивості градієнтної інваріантності рівнянь Гінзбурга-Ландау випливає дуже важливий висновок – хвильова функція може вибиратися реальною, якщо у НП нема отворів (тобто НП є однозв'язним), бо у НП з отворами фаза не є однозначною, а набирає 2π при кожному обході отвору будь-якої форми.

14. Два характерних масштаби

14.1. *Довжина когерентності та глибина проникнення.* На попередній лекції ми дещо формально ввели позначення $\xi_S^2 = \hbar^2 / 4m_f |\alpha|$. Розглянемо тепер його фізичний смисл.

Для цього розберемо простий приклад. Нехай на чисту плоску поверхню НП нанесена плівка нормаль-

ного металу, що займає на півпростір $x > 0$ (рис. 9.1) Тоді локально, біля поверхні, густина НП електронів зменшиться. Іншою мовою, значення параметра порядку $|\psi|$ на поверхні має і буде відрізнятися від його

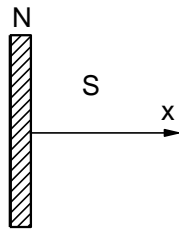


Рис. 9.1

рівноважної величини у глибині НП, де $|\psi|=1$. Який є характерний масштаб, що має розмірність довжини, на якому параметр порядку відновлює своє значення до 1?

Знову направимо вісь x перпендикулярно до поверхні НП і покладемо, як зазначалося, що на ній $x=0$. Зрозуміло, що зміна ψ відбувається

саме вздовж цієї осі, тобто $\psi(\mathbf{r}) = \psi(x)$. Крім того, ми розглядаємо напівнескінчений суцільний (тобто одностов'язний) НП, а тому у відповідності до калібрувальної інваріантності можемо обрати функцію $\psi(x)$ дійсною. Тоді перше рівняння Гінзбурга-Ландау приймає вигляд:

$$-\xi_S^2 \frac{d^2\psi}{dx^2} - \psi + \psi^3 = 0.$$

Можна вважати шар металу настільки тонким, що $\psi(0)$ мало відрізняється від 1. Це дає змогу ввести малу функцію, або

$$\psi(x) = 1 - \varepsilon(x), \quad |\varepsilon(x)| \ll 1.$$

Підставимо й обмежимося першим наближенням:

$$\xi_S^2 \frac{d^2\varepsilon(x)}{dx^2} - 1 + \varepsilon(x) + [1 - \varepsilon(x)]^3 = \xi_S^2 \frac{d^2\varepsilon(x)}{dx^2} - 1 + \varepsilon(x) + 1 - 3\varepsilon(x) =$$

$$= \xi_S^2 \frac{d^2 \varepsilon(x)}{dx^2} - 2\varepsilon(x) = 0.$$

Покладемо $\varepsilon(x) \sim e^{x/a}$, звідки $\frac{\xi_S^2}{a^2} - 2 = 0$, тобто $a = \pm \xi_S / \sqrt{2}$. Тепер враховуючи, що $\varepsilon(\infty) = 0$, отримуємо

$$\varepsilon(x) = \varepsilon(0) e^{-\sqrt{2} \frac{x}{\xi_S}}.$$

З цього розв'язку прямо випливає, що величина ξ_S – це той характерний масштаб, на якому відбувається суттєва зміна хвильової функції. Можна також стверджувати, що ξ_S характеризує, або відображає, масштаб неоднорідності у поведінці $\psi(x)$, де ця функція зберігає свою когерентність. Тому величина ξ_S отримала назву **довжини когерентності**.

Інша величина, що була введена нами раніше при виводі рівнянь Гінзбурга-Ландау, – це глибина проникнення магнітного поля

$$\lambda_L^2 = \frac{m_f c^2 \beta}{8\pi e^2 |\alpha|}.$$

Видно, що обидві ці величини поблизу критичної температури T_c розбігаються, як $\frac{1}{\sqrt{T - T_c}}$. При цьому ми

вже згадували, що в усьому температурному інтервалі від 0 до T_c глибина проникнення непогано апроксимується емпіричною залежністю

$$\begin{aligned}\lambda_L(T) &= \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4}} = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]}} \approx \\ &\approx \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2}} \sim \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}}.\end{aligned}$$

З іншого боку, в нас було

$$\lambda_L^2 = \frac{m_f c^2}{4\pi e^2 n_s} = \frac{m_f c^2}{8\pi e^2 \frac{n_s}{2}} = \frac{m_f c^2}{8\pi e^2 |\Psi|^2} = \frac{m_f c^2 \beta}{8\pi e^2 |\alpha|} = \frac{m_f c^2 \beta}{8\pi e^2 (T_c - T)},$$

і ми приходимо до висновку, що теорія Гінзбурга-Ландау дає правильну температурну поведінку лондонівської глибини.

За допомогою обох величин, що обговорюються, в теорії Гінзбурга-Ландау вводиться ще один дуже важливий, як буде видно, параметр, а саме:

$$\kappa_{GL} = \frac{\lambda_L(T)}{\xi_s(T)},$$

який є безрозмірним і який так і зветься – **параметр Гінзбурга-Ландау**. Він практично не залежить від температури. Дійсно

$$\kappa_{GL}^2 = \frac{m_f c^2 \beta}{8\pi e^2 |\alpha|} \frac{4m_f |\alpha|}{\hbar^2} = \frac{m_f^2 c^2 \beta}{2\pi \hbar^2 e^2},$$

а коефіцієнт β дуже слабко, як ми вже знаємо, залежить від T . Згадаємо також, що оскільки

$$F_N(0) - F_S(0) = \frac{H_{cm}^2(T)}{8\pi} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\beta},$$

то $H_{cm}^2(T) = 4\pi\alpha^2 / \beta$. Тоді неважко отримати:

$$\begin{aligned} \kappa_{GL} &= \frac{m_f c}{\hbar e} \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} = \frac{e}{\hbar c} \sqrt{\frac{m_f^2 c^4 \beta}{2\pi e^4} \frac{32\pi\alpha^2 \beta}{32\pi\alpha^2 \beta}} = \frac{e}{\hbar c} \frac{m_f c^2 \beta}{8\pi e^2 |\alpha|} \sqrt{\frac{32\pi\alpha^2}{\beta}} = \\ &= 2\sqrt{2} \frac{e}{\hbar c} \lambda_L^2 H_{cm} = 2\sqrt{2} \frac{\pi}{\Phi_0} \lambda_L^2 H_{cm}, \end{aligned}$$

де ми скористались відомим означенням $\Phi_0 = \pi\hbar c / e$ і зробили заміну $e / \hbar c = \pi / \Phi_0$. Отже, остаточно маємо “рівняння”:

$$\frac{\lambda_L}{\xi_S} = 2\sqrt{2} \frac{\pi}{\Phi_0} \lambda_L^2 H_{cm},$$

з якого випливає формула:

$$\sqrt{2} H_{cm} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L\xi_S}.$$

Що можна сказати про параметр Гінзбурга-Ландау? Щоб відповісти на це питання припустимо, що $\kappa_{GL} \ll 1$, або $\lambda_L \ll \xi_S$. Тоді, якщо НП зразок займає напівпростір $x > 0$, зовнішнє поле направлене вздовж вісі z і проникає (див. рис. 9.2) на відносно невелику глибину, параметр порядку, навпаки, спадає повільно в напрямку границі, і величина $|\psi(x)|$ виявляється під впливом магнітного поля в дуже малій області по x . Інакше кажучи, параметр порядку начебто

не знає про існування поля і виявляється близьким до своєї максимальної величини $|\psi_0| = \sqrt{|\alpha|/\beta}$. Таким

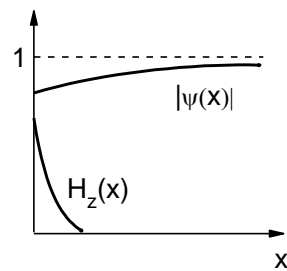


Рис. 9.2

чином, у випадку $\kappa_{GL} \ll 1$ можна вважати, що магнітне поле майже не впливає на параметр порядку $|\psi(x)| \approx |\psi_0|$.

Вплив магнітного поля на параметр порядку у випадку $\kappa_{GL} \gg 1$, або $\lambda_L \gg \xi_S$, є більш складним і вимагає розв'язку точних рівнянь Гінзбурга-

Ландау. Деякі з таких задач розглядатимуться в наступних частинах курсу.

14.2. *Ефект близькості*. Дуже яскраво роль довжини когерентності проявляється у випадку щільного контакту між нормальним металом N та НП S . Виявляється, що куперівські пари можуть проникати з НП до нормального металу та існувати в ньому деякий час. Це призводить до того, що шар металу поблизу границі (SN -переходу) виявляється надпровідним. Проте проникнення пар з S області до N шару викличе зменшення густини частинок у НП, внаслідок чого величина $|\psi|$ біля границі стане менше 1 навіть у відсутності зовнішнього магнітного поля.

Саме “перетворення” нормального металу у НП, або проникнення до нього НП хвильової функції, має назву *ефекту близькості*. Щоб зрозуміти, що це таке, розглянемо найпростіший випадок (див. рис. 9.3). Нехай між двома різними НП, температури T_c яких є

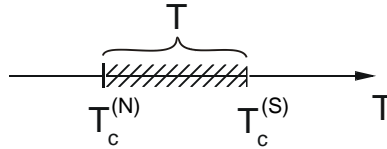


Рис.9.3

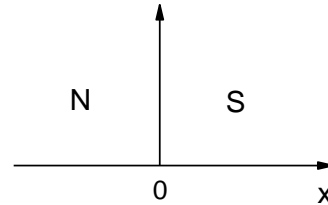


Рис. 9.4

досить близькими, здійснений хороший контакт. Позначимо ці температури $T_c^{(N)}$ та $T_c^{(S)}$, припустивши, що $T_c^{(S)} > T_c^{(N)}$ і що $T_c^{(S)} - T_c^{(N)} \ll T_c^{(N)}$. Оберемо температуру всієї системи такою, що $T_c^{(N)} < T < T_c^{(S)}$, тобто матеріал з критичною температурою $T_c^{(N)}$ знаходиться у N -стані, а з температурою $T_c^{(S)}$ – у S -стані. Задамо також систему координат (рис. 9.4) так, щоб плоска границя відповідала площині $x = 0$.

Розглянемо рівняння Гінзбурга-Ландау в області $x > 0$:

$$-\xi_S^2 \frac{d^2\psi}{dx^2} - \psi + \psi^3 = 0.$$

Помножимо його на ψ' :

$$-\xi_S^2 \psi''\psi' - \psi\psi' + \psi^3\psi' = -\frac{d}{dx} \left[\frac{\xi_S^2}{2} (\psi')^2 + \frac{1}{2} \psi^2 - \psi^4 \right] = 0,$$

і проінтегруємо, звідки приходимо до рівності:

$$\frac{\xi_S^2}{2} (\psi')^2 + \frac{1}{2} \psi^2 - \psi^4 = C,$$

в якій C – константа інтегрування. Вона, як завжди, знаходиться з граничної умови щодо поведінки хвильової функції та її похідної при $x \rightarrow \infty$: $\psi(x \rightarrow \infty) \rightarrow 1$, а $\psi'(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0$. Це негайно дає $C = 1/2$. Підставляючи таке значення, можемо знайти рівняння, якому задовольняє похідна:

$$\xi_s^2 (\psi')^2 = \frac{1}{2} - \psi^2 + \frac{1}{2} \psi^4 = \frac{1}{2} (1 - \psi^2)^2,$$

або $\sqrt{2} \xi_s \psi' = \pm(1 - \psi^2)$. Який з двох можливих знаків треба залишити, визначається фізичними міркуваннями: зрозуміло (див. вище рис. для ψ -функції), що похідна хвильової функції в області $x > 0$ (а ми поки що розглядаємо лише додатні значення аргументу) є позитивною. Тому

$$\sqrt{2} \xi_s \psi' = (1 - \psi^2);$$

$$\frac{d\psi}{(1-\psi)(1+\psi)} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\psi}{1-\psi} + \frac{d\psi}{1+\psi} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{dx}{\xi_s},$$

тобто

$$\frac{1}{2} \int \left(\frac{d\psi}{1-\psi} + \frac{d\psi}{1+\psi} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{\xi_s}; \quad \ln \frac{1+\psi}{1-\psi} = \sqrt{2} \frac{x-x_0}{\xi_s},$$

де x_0 – теж константа інтегрування. З отриманого виразу знаходимо:

$$\frac{1+\psi}{1-\psi} = e^{\sqrt{2} \frac{x-x_0}{\xi_s}}$$

і, нарешті,

$$\psi_S(x) = \frac{e^{\sqrt{2}\frac{x-x_0}{\xi_S}} - 1}{e^{\sqrt{2}\frac{x-x_0}{\xi_S}} + 1} = th \frac{x-x_0}{\sqrt{2}\xi_S},$$

де ми використали позначення S для хвильової функції в НП металі.

Для визначення сталої x_0 згадаємо граничну умову до рівняння Гінзбурга-Ландау, яку ми писали у вигляді:

$$i(\nabla - i\frac{2\pi}{\Phi_0}\mathbf{A})\mathbf{n}\psi = 0,$$

тобто у відсутності поля (коли $\mathbf{A} = 0$) виходить, що на границі $\mathbf{n}\nabla\psi = 0$, або $\psi'(0) \equiv d\psi/dx|_{x=0} = 0$. У нас же $\psi' \rightarrow 0$ лише при $x \rightarrow \infty$, в області границі хвильова функція зменшується, що не може узгодитись з умовою $\psi'(0) = 0$. В той же час, остання умова свідчить лише про те, що НП струм через границю відсутній:

$$\mathbf{j}_S = -i\frac{\hbar e}{2m_f}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) = 0,$$

якщо функція дійсна. Але фізичній умові відсутності НП струму відповідає не тільки виписана рівність нулю похідної. Легко перевірити, що струм \mathbf{j}_S через границю також буде відсутнім і тоді, коли ця похідна поблизу границі має скінчене значення і при цьому $\psi'(x) \sim \psi(x)$. Зауважимо, що таке співвідношення завжди має місце для експоненціальних залежностей,

найбільш характерних у квантовій механіці. Тому у загальному випадку граничну умову на SN -границі прийнято записувати у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_S}{dx} \Big|_{x=0} &\equiv \psi'_S(0) = \frac{1}{b} \psi_S(0) \equiv \frac{1}{b} \psi_S \Big|_{x=0} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{\psi_S \Big|_{x=0}} \frac{d\psi_S}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{1}{b}, \end{aligned}$$

причому, очевидно, таку ж рівність треба буде записати і для розв'язку в області $x < 0$.

Константу b , яка теж має розмірність довжини, розраховують в рамках мікроскопічного підходу, у нас же вона – це феноменологічний параметр. Отже,

$$\frac{d}{dx} \text{th} \frac{x-x_0}{\sqrt{2}\xi_S} = \frac{1}{ch^2 \frac{x-x_0}{\sqrt{2}\xi_S}} \frac{1}{\sqrt{2}\xi_S}$$

і при $x = 0$ знаходимо зв'язок:

$$\frac{1}{ch^2 \frac{x_0}{\sqrt{2}\xi_S}} \frac{1}{\sqrt{2}\xi_S} = \frac{1}{b} \text{th} \frac{-x_0}{\sqrt{2}\xi_S} \equiv -\frac{1}{b} \frac{\text{sh} \frac{x_0}{\sqrt{2}\xi_S}}{ch \frac{x_0}{\sqrt{2}\xi_S}},$$

або

$$\begin{aligned} \frac{1}{ch \frac{x_0}{\sqrt{2}\xi_S}} &= -\sqrt{2} \frac{\xi_S}{b} \text{sh} \frac{x_0}{\sqrt{2}\xi_S} \rightarrow \\ \rightarrow \sqrt{2} \frac{b}{\xi_S} &= -\text{sh} \frac{x_0}{\sqrt{2}\xi_S} = \text{sh} \frac{|x_0|}{\sqrt{2}\xi_S}, \end{aligned}$$

який дозволяє знайти досі невідому константу x_0 . Оскільки ця константа виявляється від'ємною, можна зобразити поведінку знайденої функції $th(x-x_0)/\sqrt{2\xi_S} = th(x+|x_0|)/\sqrt{2\xi_S}$, і видно, що вона прямує до нуля, коли її аргумент $x \rightarrow -|x_0|$. Але не ця функція визначає поведінку параметра порядку області $x < 0$. Щоб його знайти саме на півпросторі N -металу, запишемо в ньому рівняння Гінзбурга-Ландау. Правда, як видно, в цій області $\alpha_N \equiv T - T_c^{(N)} > 0$. Тому змінюється знак у другого доданку в рівнянні Гінзбурга-Ландау, яке приймає форму:

$$-\xi_N^2 \frac{d^2\psi}{dx^2} + \psi + \psi^3 = 0,$$

де тепер $\xi_N = \hbar^2 / 4m_f\alpha_N$. Зважаючи на те, що ми знаходимось у нормальному середовищі, можна припустити справедливості нерівності $\psi \ll 1$ і обмежитись наближеним рівнянням:

$$-\xi_N^2 \frac{d^2\psi}{dx^2} + \psi = 0,$$

розв'язок якого, як завжди, має вигляд $\psi \sim e^{x/a}$. Він дає $a = \pm\xi_N$ і остаточно:

$$\psi_N(x) = \psi_N(0)e^{x/\xi_N},$$

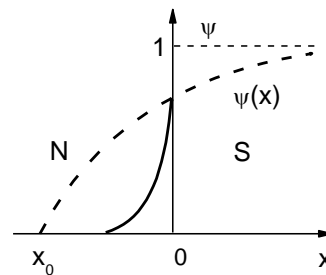


Рис. 9.5

бо необхідно задовольнити умові $\psi_N(x \rightarrow -\infty) \rightarrow 0$.

Видно, що параметр порядку дійсно виникає в N -металі і затухає вглиб нього експоненціально, причому довжина затухання визначається величиною ξ_N .

З умови неперервності функцій $\psi_N(0) = \psi_S(0)$, або $th \frac{|x_0|}{\sqrt{2}\xi_S} = \psi_N(0)$, знаходимо досі невідому амплітуду $\psi_N(0)$, а з неперервності похідних $\psi'_N(0) = \psi'_S(0)$ – параметр ξ_N . Остання рівність легко дає

$$sh \frac{\sqrt{2}|x_0|}{\xi_S} = \frac{\xi_N}{\sqrt{2}\xi_S},$$

а раніше ми мали (див. вище) $b/\sqrt{2}\xi_S$, звідки $b = \xi_N$. Поведінка обох розв'язків показана на рисунку 9.6.

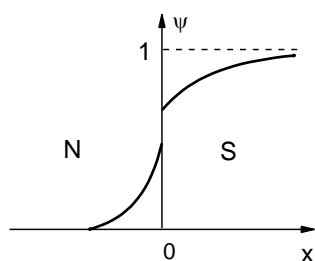


Рис. 9.6

Точний мікророзрахунок дає невеликий розрив, який зростає із збільшенням “нормалізації” нормального металу.

Ефект близькості був вперше спостережений у 1958 р. Він не тільки ще раз продемонстрував і підтвердив квантову природу явища

НП, але й став важливим ефектом в надпровідному приладобудуванні.