ФЕЛ

В. П. Бригінець, О. О. Гусєва

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА:
«Електричне поле зарядів у вакуумі»

Умова

Електричне поле створюється у вакуумі (діелектрична проникність $\varepsilon = 1$) зарядом, який розподілений:

а) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кулі, r – відстань від центра;

б) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кульового шару, r – відстань від центра;

в) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кулі та з густиною σ по поверхні сфери, r – відстань від центра;

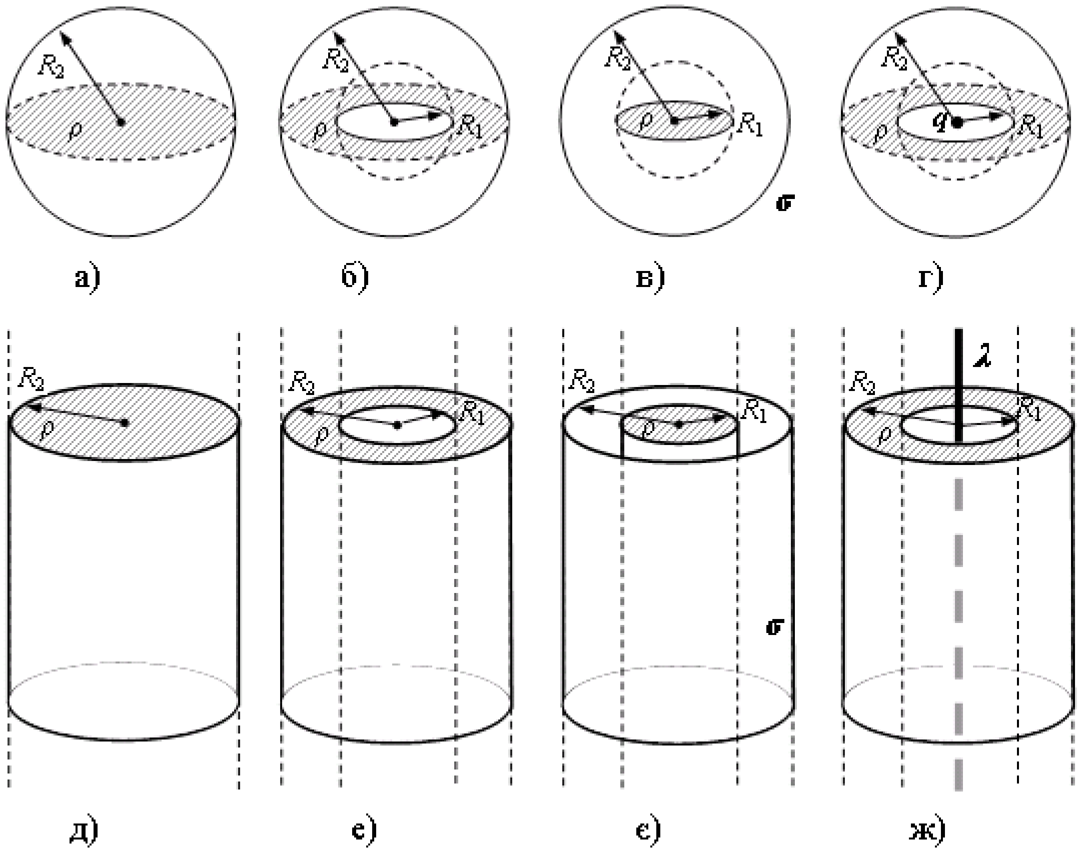
г) із густиною $\rho(r)$ по об'єму кульового шару, в центрі якого знаходиться точковий заряд q, r – відстань від центра;

д) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндра, r – відстань від осі;

е) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндричного шару, r – відстань від осі;

є) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндра та з густиною σ по нескінченній циліндричній поверхні, r – відстань від осі;

ж) із густиною $\rho(r)$ по об'єму нескінченного циліндричного шару та з густиною λ по нескінченній нитці, що проходить по осі системи, r – відстань від осі.



а) б) в) г)

д) е) є) ж)

Завдання

У відповідності до таблиці варіантів (варіант завдання призначається викладачем):

1. За допомогою теореми Гаусса аналітично визначити (отримати вирази) напруженість $\vec{E}(r)$ електричного поля системи в усьому просторі;
2. За напруженістю $\vec{E}(r)$ аналітично визначити потенціал $\varphi(r)$ електричного поля системи в усьому просторі;
3. Записати числові формули, розрахувати й навести таблиці значень і побудувати графіки залежностей $E_r(r)$ і $\varphi(r)$.

Порядок виконання та оформлення завдання

1. Завдання оформлюється на папері А-4 з одного боку, графіки – на одному аркуші міліметрового паперу А-4. На титульному аркуші обов'язково вказується варіант завдання та рівень складності;
2. За погодженням із викладачем обрати рівень складності завдання:

   – рівень I (max 13 бал.) – виконуються завдання, що стосуються тільки напруженості поля;

   – рівень II (max 20 бал.) – виконуються всі завдання.
3. Записати умову завдання та зробити рисунок *для свого варіанту*; записати параметри задачі (згідно з таблицею варіантів).
4. На рисунку показати форму замкненої поверхні, що буде використана для розрахунку, та елементарну площадку $\mathrm{d}s$, вектори нормалі $\vec{n}$ і напруженості $\vec{E}$.
5. Отримати аналітичні вирази $E(r)$ для кожної з областей.
6. Отримати аналітичні вирази для $\varphi(r)$, вибравши нульовий рівень (початок відліку) залежно від типу системи: для (***а,б,в,г***) – на нескінченності ($\varphi(\infty)=0$); для (***д,е,є,ж***) – на поверхні $r = R_2$ ($\varphi(R_2)=0$).
7. Записати числові вирази для $E(r)$ і $\varphi(r)$; для цього підставити числові дані (в основних одиницях СІ) в аналітичні вирази, отримані в пп. 5 і 6, та виконати необхідні арифметичні дії.
8. Розрахувати із кроком 1,0 см числові значення $E(r)$ і $\varphi(r)$ у діапазонах $r = [0;15]$ см за відсутності зарядів у центрі або на осі системи, та $r = [3;15]$ см при наявності таких зарядів (и,ж);. <u>*Зауваження*</u>: 1) для лінійних залежностей можна обмежитися розрахунком лише двох крайніх точок; 2) якщо $\sigma \neq 0$, то в точках такої поверхні треба обчислювати *два* значення напруженості за формулами для суміжних областей. Результати розрахунків звести у таблицю й подати її в тексті роботи.
9. За даними таблиці побудувати графіки $E(r)$ і $\varphi(r)$. Графіки розташувати на одному аркуші міліметрового паперу формату А-4 один над одним, розмістивши осі ординат на одній вертикалі та вибравши однакові масштаби по осях абсцис r. Масштаби по осях ординат підібрати так, аби було зручно відкладати точки, і щоби кожен із графіків займав приблизно однакову площу на полі крес-

лення. Позначити на осях одиниці вимірювання величин. Штриховими лініями показати на графіках межи областей.

Вказівки з виконання розрахунків

Розрахунок напруженості поля за теоремою Гаусса

Перед початком розрахунку напруженості поля необхідно обов'язково вивчити теоретичний матеріал і розібрати приклади розрахунку полів за підручником:

1. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы, М, 2002 (або 1983), §§ 1.2, 1.3 (примеры 4, 5, 6);
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики, т. 2, Електрика і магнетизм, К, 2001, § 1.7, (приклад 4).
3. Савельев И.В. Курс физики, т.2, М, 1989, § 5 (ст.15-23), §§ 6,7,8.

Згідно з теоремою Гаусса, у вакуумі потік напруженості електричного поля крізь замкнену поверхню будь-якої форми та розмірів визначається як

$$\oint E_n \mathrm{d}s = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (1)$$

де E_n – проекція вектора $\vec{E}$ на зовнішню нормаль до елементарної ділянки поверхні $\mathrm{d}s$, і q – сумарний заряд, який зосереджений всередині замкненої поверхні.

Оскільки вектор $\vec{E}$ в кожній точці поля напрямлений по нормалі до еквіпотенціальної поверхні (поверхні сталого значення потенціалу φ = const), що проходить через цю точку, то $|E_n| = \left|\vec{E}\right|$. Для зручності надалі позначатимемо $E_n=E$ (знак E залежить від напряму $\vec{E}$ відносно нормалі до еквіпотенціальної поверхні), відтак для потоку поля крізь будь-яку еквіпотенціальну поверхню можна записати $\int_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{s} = \int_S E\mathrm{d}s$. При цьому для полів високої симетрії в усіх точках еквіпотенціальної поверхні E = const, тому потік через площу *S* еквіпотенціальної поверхні дорівнює:

$$\int_S Eds = ES$$

Якщо замкнена поверхня є замкненою еквіпотенціальною поверхнею з площею *S*, або складається з еквіпотенціальної поверхні площі *S*, та інших поверхонь, крізь які потік дорівнює нулю, то

$$\oint Eds = ES = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q}{\varepsilon_0 S}, \qquad (2)$$

Величина S у випадку симетричних поверхонь визначається за відомими простими формулами, тому задача зводиться до визначення сумарного заряду q всередині заданої замкненої поверхні. Це також не становить принципових труднощів, оскільки високо симетричне поле створюється відповідним симетричним розподілом заряду в просторі.

Придатними для розрахунку за теоремою Гаусса полями, зокрема, є:

– центральне (сферично симетричне) поле, яке скрізь напрямлене радіально і в якому E та потенціал φ залежать тільки від відстані до центра симетрії. Відповідно, еквіпотенціальними поверхнями цього поля є концентричні сфери. У даній розрахунковій роботі такі поля створюють системи ***а, б, в, г.***

– таке аксіально симетричне поле, яке скрізь напрямлене перпендикулярно до заданої осі й має E та φ, залежні тільки від відстані до неї. Еквіпотенціальними поверхнями такого поля є співвісні із віссю симетрії нескінченні циліндричні поверхні. У даній роботі подібні поля створюють системи ***д, е, є, ж.***.

Визначення потенціалу за відомою напруженістю поля

Перед початком розрахунку потенціалу поля необхідно обов'язково вивчити теоретичний матеріал за підручником:

1. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы, М, 2002 (1983), §§ 1.5, 1.6;
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики, т. 2, Електрика і магнетизм, К, 2001, § 1.10, 1.11.
3. Савельев И.В. Курс физики, т.2, М, 1989, §§ 8,9.

При переміщенні заряду q в неоднорідному електричному полі $\vec{E}(\vec{r})$ на нього діє змінна сила $q\vec{E}(\vec{r})$, тому робота поля на шляху між якимось точками 1 і 2 визначається криволінійним інтегралом уздовж траєкторії переміщення:

$$A_{12} = q\int_1^2 \vec{E}\mathrm{d}\vec{r} \,.$$

Оскільки поле зарядів є потенціальним, ця робота не залежить від траєкторії і може бути виражена через різницю потенціалів у точках 1 і 2:

$$A_{12} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right).$$

Прирівнюючи праві частини цих виразів отримуємо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}\mathrm{d}\vec{r} \,.$$

Якщо поле $\vec{E}$ відоме, то цей вираз дозволяє знайти різницю потенціалів між будь-якими двома точками поля. Для визначення функції потенціалу $\varphi\left(\vec{r}\right)$ інтегрування треба вести від довільної точки $\vec{r}$ до нульової точки $\vec{r}_0$ [1], тоді

$$\varphi(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0} \vec{E}(\vec{r})\mathrm{d}\vec{r} \,.$$

Наведені інтеграли не залежать від форми траєкторії, тому в даній розрахунковій роботі найзручніше інтегрувати вздовж силових ліній поля, тобто вздовж радіальних прямих, які виходять із центра (або осі) симетрії поля. В такому разі вирази для $\varphi_1 - \varphi_2$ та φ спрощуються:

[1] Нульова точка – це точка (або множина точок) в якій потенціал приймається рівним нулю: $\varphi(\vec{r}_0) = 0$. У даній роботі для кожної системи нульова т очка задана в тексті завдання.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E(r)\mathrm{d}r \qquad (3)$$

$$\varphi(r) = \int_r^{r_0} E(r)\mathrm{d}r\,, \qquad (4)$$

де r, r_0 – відстань від центра (осі) симетрії до нульової точки.

Приклади розрахунку поля

Приклад 1. Поле створюється кулею, що заряджена з об'ємною густиною $\rho = \rho_0 r^2 / R^2$ (розподіл ***а***)

1.1 *Визначення напруженості.* Дане поле є центрально симетричним, отже для розрахунку за теоремою Гаусса використовуємо вираз (2) й обираємо сферичні замкнені поверхні, для яких $S = 4\pi r^2$, де r – відстань від центра кулі до точки, в якій ми хочемо знайти напруженість поля. Отже,

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,, \qquad (1.1)$$

де q – сумарний заряд всередині сфери радіуса r, який визначається як інтеграл від елементарних зарядів $\mathrm{d}q$ усіх нескінченно малих областей $\mathrm{d}V$ всередині даної замкненої поверхні:

$$q = \int \mathrm{d}q = \int_V \rho \mathrm{d}V \qquad (1.2)$$

Примітка. При однорідному розподілі заряду (ρ = const) в інтегруванні немає потреби, бо $q = \rho_0 V$.

Перед обчисленням заряду q треба зауважити таке. Всередині кулі, де $r \le R$, результат буде залежати від r, а назовні – ні, оскільки при будь-якому $r > R$ всередині сфери знаходиться увесь заряд кулі Q. Тому подальший розрахунок q і E треба вести окремо для кожної області.

Область 1 ($0 \le r \le R$). Для максимального спрощення викладок при обчисленні інтеграла (1.2) за $\mathrm{d}V$ завжди приймають не гранично малий кубик dx·dy·dz, а елементарну область, яка відповідає симетрії розподілу заряду. У даному прикладі – це нескінченно тонкий кульовий шар радіуса r і товщини $\mathrm{d}r$, об'єм якого $\mathrm{d}V = 4\pi r^2 \mathrm{d}r$. Відтак, згідно з (1.2) і умовою завдання,

$$q = \int_0^r \rho_0 \frac{r^2}{R^2} \cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \frac{4\pi\rho_0}{R^2} \int_0^r r^4 \mathrm{d}r = \frac{4\pi\rho_0 r^5}{5R^2}.$$

Підставивши цей результат у (1.1), отримаємо вираз напруженості поля всередині шару як функцію відстані від центра:

$$E_1(r) = \frac{\rho_0 r^3}{5\varepsilon_0 R^2}. \qquad (1.3)$$

Область 2. ($r > R$). При будь-якому значенні радіуса сфери $r > R$ всередині неї знаходиться весь заряд кулі Q, котрий зосереджений в області простору $r \le R$. Тому при визначення Q в інтегралі (1.2) верхня границя дорівнює R, і

$$Q = \frac{4\pi\rho_0 R^3}{5}.$$

Відповідно, напруженість поля у зовнішній області простору

$$E_2(r) = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0 r^2}. \quad (1.4)$$

Корисно відмітити, що на поверхні зарядженої кулі ($r = R$) вирази (1.3) і (1.4) дають однаковий результат

$$E_1(R) = E_2(R) = \frac{\rho_0 R}{5\varepsilon_0}. \quad (1.5)$$

Це справедливо, якщо на межі немає зарядженої поверхні ($\sigma = 0$), інакше $E_2(R_2) \neq E_3(R_2)$.Крім того важливо, що за умовою заряди розміщені у вакуумі. Якби заряди були розподілені по об'єму кулі із діелектрика, результат був би іншим, оскільки у формуванні поля всередині кулі брали б участь і заряди, що входять до складу молекул діелектрика.

1.2 *Визначення потенціалу*. Після визначення напруженості поля як функції відстані від центра кулі, за допомогою співвідношень (3) і (4) можна знайти функцію потенціалу даного поля, урахувавши умову завдання про те, що нульова точка розташована на нескінченності.

Область 2. ($r > R$). Оскільки напруженість в кожній області виражається різними функціями (1.3) і (1.4), розрахунок φ зручніше почати з області 2, в якій знаходиться нульова точка. Підставивши в (4) вираз (1.4) і $r_0 = \infty$, отримаємо:

$$\varphi_2(r) = \int_r^{\infty} \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)_r^{\infty}.$$

Підставивши границі, отримаємо остаточний результат:

$$\varphi_2(r) = \frac{\rho_0 R^3}{5\varepsilon_0 r} \quad (1.6)$$

На поверхні зарядженої кулі

$$\varphi_2(R) = \frac{\rho_0 R^2}{5\varepsilon_0}. \quad (1.7)$$

Область 1 ($0 \le r \le R$). Потенціал усередині зарядженої кулі теж легко знайти, якщо врахувати, що функція $\varphi(r)$ завжди неперервна[2]. Завдяки цьому $\varphi_1(R) = \varphi_2(R) = \varphi(R)$ і визначається виразом (1.7). Відтак, згідно з (3) маємо

$$\varphi_1(r) - \varphi(R) = \int_r^R E_1(r)\mathrm{d}r$$

Підставивши сюди вирази (1.3) і (1.7), знайдемо шукане:

$$\varphi_1(r) - \frac{\rho_0 R^2}{5\varepsilon_0} = \int_r^R \frac{\rho_0 r^3}{5\varepsilon_0 R^2}\mathrm{d}r = \frac{\rho_0}{5\varepsilon_0 R^2}\int_r^R r^3\mathrm{d}r = \frac{\rho_0}{5\varepsilon_0 R^2}\left(\frac{r^4}{4}\right)_r^R = \frac{\rho_0}{5\varepsilon_0 R^2}\cdot\frac{R^4 - r^4}{4}$$

Звідси після елементарних викладок отримаємо:

---

[2] Розрив потенціалу в будь-якій точці означав би нескінченне значення напруженості поля в цій точці, що позбавлено змісту.

$$\varphi_1(r) = \frac{\rho_0(5R^4 - r^4)}{20\varepsilon_0 R^2}. \quad (1.8)$$

Підставляючи в цей вираз $r = R$, отримуємо величину (1.7), що вказує на відсутність помилок у викладках. Остаточно правильність отриманих результатів (1.6) і (1.8) перевіряємо за допомогою співвідношення між напруженістю та потенціалом, яке для розрахованого поля має вигляд:

$$E = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}. \quad (1.9)$$

Підставивши під знак похідної вирази (1.6) і (1.8) і виконавши диференціювання, отримаємо вирази (1.3) і (1.4), відповідно, що засвідчує правильність розрахунку потенціалу.

1.3. *<u>Числові формули</u>*. Для розрахунку таблиць значень і подальшої побудови графіків необхідно записати числові формули напруженостей та потенціалів, згідно з отриманими аналітичними виразами (1.3), (1.4), (1.6), (1.8) та умовами завдання. Для цього в аналітичні вирази треба підставити задані значення параметрів та констант (обов’язково в основних одиницях СІ) і виконати обчислення. В даному прикладі, згідно з умовою, ρ_0 = 50 нКл/м^3 = 5·10^{-8} Кл/м^3, R = 5 см = 5·10^{-2} м, ε_0 = 8,85·10^{-12} Ф/м, отже

$$E_1 = \frac{5\cdot 10^{-8}}{5\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 25\cdot 10^{-4}} r^3 = 4{,}52\cdot 10^5 \cdot r^3 \text{ В/м}$$

$$E_2 = \frac{5\cdot 10^{-8}\cdot 125\cdot 10^{-6}}{5\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\frac{1}{r^2} = \frac{0{,}141}{r^2} \text{ В/м}$$

$$\varphi_1 = \frac{5\cdot 10^{-8}\cdot(5\cdot 6{,}25\cdot 10^{-6} - r^4)}{20\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 25\cdot 10^{-4}} = 1{,}13\cdot 10^5\left(3{,}13\cdot 10^{-5} - r^4\right)\text{В}$$

$$\varphi_2 = \frac{5\cdot 10^{-8}\cdot 1{,}25\cdot 10^{-4}}{5\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\frac{1}{r} = \frac{0{,}14}{r} \text{ В}$$

Приклад 2. Поле створюється нескінченним циліндричним шаром із радіусами R_1 і R_2, зарядженим із заданою залежністю об'ємної густини заряду від відстані до осі $\rho = \rho(r)$, (розподіл *е*).

Особливість систем циліндричного типу полягає в тому, що в них еквіпотенціальними є *нескінченні* циліндричні поверхні з віссю на осі симетрії системи. Тому при розрахунку залежності $E = E(r)$ за теоремою Гаусса замкнену поверхню доводиться брати у вигляді скінченного прямого циліндра радіуса r і певної висоти h. При цьому основи циліндра не є еквіпотенціальними. Але оскільки вектор $\vec{E}$ має радіальний напрям і складає кут 90° з нормаллю до основи, на основах нормальна проекція напруженості $E_n = 0$. Тому потік створюється тільки крізь бічну поверхню циліндра $S = 2\pi rh$ і, згідно з (2),

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 hr}, \quad (2.1)$$

При цьому в розподілах такого типу заряд усередині замкненої циліндричної поверхні $q \sim h$, тому результат розрахунку E не залежить від h. Відміною даної задачі від розглянутої вище (**Приклад 1**) є й те, що розподіл заряду по циліндричному шару створює додаткову область $r < R_1$ (порожнина), яка потребує окремого розгляду, тобто потрібно застосувати теорему Гаусса для трьох циліндрів, з бічними поверхнями в кожній з областей. Це ж стосується й розподілу ***б***, в якому заряд зосереджений у кульовому шарі.

В іншому подальший порядок розрахунку є аналогічним до розглянутого раніше (**Приклад 1**). Зокрема, заряд усередині замкненої поверхні визначається за такою схемою:

Область 1 ($r < R_1$). Очевидно, що $q_1 = 0$. Оскільки поле має радіальний характер, на всій бічній поверхні циліндра $E_1 S = 0$, отже в порожнині поле $E_1 = 0$.

Область 2 ($R_1 \le r \le R_2$). Вибираючи в якості елементарного об'єму нескінченно тонкий циліндричний шар радіуса r і товщини dr, для якого $dV = 2\pi rhdr$, маємо:

$$q_2 = \int_{R_1}^{r} \rho(r) 2\pi rhdr = 2\pi h \int_{R_1}^{r} \rho(r) rdr = 2\pi h \left(F(r) - F(R_1)\right). \tag{2.2}$$

Тут $F(r)$ і $F(R_1)$ – значення первісної від підінтегральної функції на межах області інтегрування.

У відповідності до (2.1),

$$E_2 = \frac{F(r) - F(R_1)}{\varepsilon_0 r}. \tag{2.3}$$

Область 3 ($r > R_2$). У цій області $q_3 = Q$ – повному заряду шару всередині замкненого циліндра:

$$q_3 = Q = 2\pi h \int_{R_1}^{R_2} \rho(r) rdr = 2\pi h \left(F(R_2) - F(R_1)\right). \tag{2.4}$$

Відповідно, напруженість

$$E_3 = \frac{F(R_2) - F(R_1)}{\varepsilon_0 r}. \tag{2.5}$$

Після отримання залежності $E(r)$ для кожної з областей, за допомогою (3) або (4) визначають функцію потенціалу $\varphi(r)$ у кожній області. У завданнях для розподілів заряду даного типу симетрії (**д, е, є, ж**) передбачений вибір нульового рівня потенціалу на циліндричній поверхні радіуса R_2, отже, в (4) $r_0 = R_2$. Спочатку визначаємо $\varphi(r)$ в областях 2 і 3, які прилягають до еквіпотенціальної поверхні.

Область 3 ($r > R_2$). Згідно з (4),

$$\varphi_3(r) = \int_{r}^{R_2} E_3(r) dr. \tag{2.6}$$

Область 2 ($R_1 \le r \le R_2$):

$$\varphi_2(r) = \int_{r}^{R_2} E_2(r) dr. \tag{2.7}$$

Отримавши $\varphi_2(r)$, можна знайти потенціал $\varphi_2(R_1)$ на поверхні $r = R_1$. Через неперервність функції потенціалу $\varphi_2(R_1) = \varphi_1(R_1) = \varphi(R_1)$, що дозволяє визначити потенціал в наступній області.

Область 1 ($r < R_1$). Згідно з (3),

$$\varphi_1(r)-\varphi(R_1)=\int_r^{R_1} E_1 dr \quad \Rightarrow \quad \varphi_1(r)=\varphi(R_1)+\int_r^{R_1} E_1(r) dr \qquad (2.8)$$

У даному прикладі $E_1 = 0$, отже, у порожнині потенціал скрізь сталий:

$$\varphi_1(r)=\varphi(R_1)$$

Для отримання конкретних виразів заряду q результатів треба підставити в (2.2) і (2.4) задані вирази $\rho(r)$, і результати підставити в (2.3) і (2.5). Після цього отримані вирази $E(r)$ слід підставити в (2.6) і (2.7) і отримати вирази потенціалу для кожної області.

Таблиця варіантів для груп
ДГ- 91, ДГ- 92, ДМ- 91, ДМ- 92, ДМ- 93

Варіант	Вид розподілу	Густина заряду			q (нКл)
		$\rho(r)$	σ (нКл/м^2)	λ (нК/м)	
1	*д*	$\rho_0\left(r/R_1\right)^2$			
2	*в*	ρ_0	–0,1		
3	*ж*	ρ_0		0,5	
4	*а*	$\rho_0\, r/R_1$			
5	*г*	ρ_0			–0,1
6	*є*	ρ_0	–0,3		
7	*б*	ρ_0			
8	*ж*	$-\rho_0$		2,0	
9	*а*	$\rho_0\, r/R_2$			
10	*є*	ρ_0	0,3		
11	*д*	$\rho_0\, r/R_2$			
12	*е*	ρ_0			
13	*г*	$-\rho_0$			0,3
14	*в*	ρ_0	0,1		
15	*д*	$\rho_0\, r/R_1$			
16	*г*	ρ_0			0,1
17	*ж*	ρ_0		–0,5	
18	*в*	$-\rho_0$	0,4		
19	*є*	$-\rho_0$	0,9		
20	*д*	$\rho_0\left(r/R_2\right)^2$		–0,5	

Для всіх варіантів ρ_0 = 50 нКл/м^3, (1 нКл = 10^{-9} Кл); R_1 = 5 см, R_2 = 10 см.

Таблиця варіантів для груп
ДЕ- 91, ДЕ- 92, ДП- 91, ДП- 92, ДС- 91, ДС-92

Варіант	Розподіл	Густина заряду			q (нКл)
		$\rho(r)$	σ (нКл/м^2)	λ (нК/м)	
1	*а*	$\rho_0\,(r-R_2)/R_2$			
2	*в*	ρ_0	–0,1		
3	*б*	$\rho_0\left(R_1/r\right)$			
4	*а*	$\rho_0\left(r/R_2\right)$			
5	*г*	ρ_0			–0,1
6	*є*	ρ_0	–0,3		
7	*б*	ρ_0			
8	*ж*	$-\rho_0$		2,0	
9	*а*	$\rho_0\,(R_2-r)/R_2$			
10	*є*	ρ_0	0,3		
11	*д*	$\rho_0\left(r/R_2\right)$			
12	*е*	ρ_0			
13	*г*	$-\rho_0$			0,3
14	*в*	ρ_0	0,1		
15	*д*	$\rho_0(r-R_2)/R_2$			
16	*г*	ρ_0			0,1
17	*б*	$\rho_0\left(R_1/r\right)^2$			
18	*в*	$-\rho_0$	0,4		
19	*е*	$\rho_0\left(R_2/r\right)$			
20	*д*	$\rho_0\left(r/R_2\right)^2$			

Для всіх варіантів ρ_0 = 50 нКл/м^3, (1 нКл = 10^{-9} Кл); R_1 = 5 см, R_2 = 10 см.