

$$W_1 = \pi B H_1 dS/2 = \pi \frac{1,31 \cdot 340 \cdot 0,3 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{2} \text{ Дж} = 0,105 \text{ Дж.}$$

Енергію в зазорі знайдемо так:

$$W_2 = \omega_2 V_2,$$

де  $\omega_2 = B^2/2$ ,  $\mu_0$  – густина енергії поля в зазорі,  $V_2 = bS$  – об'єм зазору. Тоді

$$W_2 = B^2 bS / (2 \mu_0) = 1,31^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-4} / (2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}) \text{ Дж} = 0,683 \text{ Дж.}$$

Повну енергію поля знайдемо як

$$W = W_1 + W_2 = 0,788 \text{ Дж,}$$

або за формулою (5.8)

$$W = LI^2/2 = 1,575/2 = 0,788 \text{ Дж.}$$

## 5.6. Задачі

**5.9.** Як зміняться характеристики магнітного поля нескінченно довгого соленоїда при заповненні його об'єму однорідним ізоотропним магнетиком з проникністю  $\mu$ ?

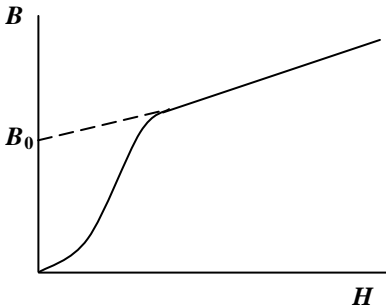


Рис. 5.8

**5.10.** Крива намагнічування заліза асимптотично наближається до прямої рис. 5.8. Що означає величина  $B_0$ ? Визначити величину  $B_0$  із реальної кривої намагнічування заліза приведеної на рис. 5.1. Яка намагніченість заліза при насиченні?

**5.11.** Як визначити за допомогою рис. 5.1 значення  $B$  і  $H$  які відповідають максимальному значенню відносної проникності  $\mu$ ?

Визначити це значення  $\mu$ .

**5.12.** На рис. 5.1 зображена експеримально отримана основна крива намагнічення технічно чистого заліза. Користуючись цим графіком, побудувати залежність магнітної проникності  $\mu$  від напруженості магнітного поля  $H$ .

**5.13.** На постійний магніт, що має форму циліндра, довжина якого  $l=15$  см, намотали  $N=300$  витків тонкого проводу. При пропусканні по ньому струму  $I = 3$  А поле поза магнітом щезло. Знайти коерцитивну силу  $H_c$  матеріалу, із якого виготовлений магніт.

**5.14.** Залізне осердя знаходиться в однорідному магнітному полі, напруженість якого  $250$  А/м. Визначити індукцію магнітного поля в осерді та магнітну проникність заліза.

**5.15.** Замкнутий соленоїд (тороїд) із залізним осердям має  $10$  витків на кожен сантиметр довжини. У витках протікає струм, сила якого  $1,5$  А. Визначити значення магнітного потоку в осерді, якщо його поперечний переріз дорівнює  $4$  см<sup>2</sup>.

**5.16.** Соленоїд намотаний на залізне кільце з перерізом  $S=5$  м<sup>2</sup>. При силі струму у витках  $I = 1$  А, магнітний потік через переріз кільця  $\Phi = 0,5$  мВб. Визначити кількість витків соленоїда, які приходяться на відрізок довжиною  $1$  см середньої лінії кільця.

**5.17.** Довжина осердя тороїда дорівнює  $1$  м, ширина поперечного повітряного розрізу в осерді –  $4$  мм. Площа поперечного перерізу осердя дорівнює  $25$  см<sup>2</sup>. Знайти, якою повинна бути кількість Ампер – витків обмотки тороїда, щоб магнітний потік через переріз

осердя дорівнював  $1,4 \cdot 10^{-3}$  Вб. При цих умовах магнітна проникність матеріалу осердя дорівнює 800.

**5.18.** Визначити магнітну індукцію в залізному осерді тороїда завдовжки 30 см, якщо число Ампер – витків обмотки тороїда дорівнює 150. Знайти магнітну проникність матеріалу осердя при цих умовах.

**5.19.** Замкнуте залізне осердя завдовжки 50 см має обмотку в 500 витків. По обмотці тече струм, сила якого 1 А. Який струм необхідно пропустити через обмотку, щоб при відсутності осердя індукція стала такою як була?

**5.20.** Скільки Ампер – витків необхідно для отримання індукції  $B=1,4$  Тл в електромагніті із залізним осердям довжиною  $l=90$  см і повітряним поперечним прорізком  $l_0=5$  мм. Розсіюванням магнітного потоку в повітряному прорізі знехтувати.

**5.21.** Два однакових залізних кільця, середній діаметр яких  $d=10$  см, мають обмотки по  $N=100$  витків кожна. В одному кільці є поперечний проріз, шириною  $d_1=1$  мм. Обмоткою суцільного кільця протікає струм  $I_1=2$  А. Який струм  $I_2$  необхідно пропустити обмоткою другого кільця, щоб в ньому створити таку ж індукцію?

**5.22.** Залізне осердя тороїда, довжина якого по середній лінії дорівнює 1 м, має вакуумну поперечну проріз, ширина якої 4 мм. Обмотка має 8 витків на 1 см. При якій силі струму в обмотці індукція в прорізі буде дорівнювати 1 Тл?

**5.23.** Обмотка тороїда, який має залізне осердя з вузьким поперечним вакуумним проміжком, має 1000 витків. По обмотці тече струм, сила якого 1 А. При якій довжині вакуумного проміжку

індукція магнітного поля в ньому буде дорівнювати 1,25 Тл? Довжина середньої лінії дорівнює 1 м.

**5.24.** Довжина залізного тороїда по середній лінії дорівнює 1,2 м, площа перерізу  $20 \text{ см}^2$ . Обмоткою тороїда тече струм, який створює у вузькому поперечному вакуумному проміжку магнітний потік 2 мВб. Ширина проміжку дорівнює 3 мм. Якою повинна бути ширина проміжку, щоб магнітний потік в ньому при тій же силі струму збільшився на 0,5 мВб?

**5.25.** Котушка із залізним осердям має площу поперечного перерізу  $20 \text{ см}^2$  та число витків, що дорівнює 500. Індуктивність котушки з осердям дорівнює 0,28 Гн при силі струму в обмотці 5 А. Знайти магнітну проникність осердя при цих умовах.

**5.26.** На залізне осердя, що має форму тороїда з квадратним перерізом (сторона квадрата  $a = 4 \text{ см}$ ) і діаметром  $D = 40 \text{ см}$  намотано рівномірно в один шар провід. Число витків  $N = 500$ . Проводом пропускають струм  $I = 2 \text{ А}$ . Визначити потік вектора індукції магнітного поля через переріз осердя.

**5.27.** Якщо тороїд попередньої задачі розрізати в одному місці так, щоб утворився повітряний поперечний зазор товщиною  $d = 1 \text{ мм}$ , то яким стане потік вектора індукції магнітного поля через переріз осердя, якщо знехтувати розсіюванням силових ліній?

**5.28.** Залізне осердя має розміри, які вказані в попередніх двох задачах. Якщо повітряний зазор дорівнює  $d_1 = 1 \text{ мм}$ , то при деякій силі струму в обмотці потік індукції через переріз осердя  $\Phi_1 = 30 \text{ мкВб}$ . Коли повітряний зазор збільшити до  $d_2 = 2 \text{ мм}$ , то при тій же силі струму значення потоку індукції через переріз осердя стане  $\Phi_2 = 25 \text{ мкВб}$ . Нехтуючи в обох випадках розсіюванням силових ліній індукції, оцінити значення магнітної проникності  $\mu$  заліза.

**5.29.** В осерді тонкої тороїдальної котушки, середня довжина якої  $l=100$  см, є поперечний повітряний зазор шириною  $b=1$  мм. При виключеному струмі в обмотці котушки індукція магнітного поля в зазорі  $B=0,04$  Тл. Визначити напруженість, індукцію і намагніченість осердя.

**5.30.** Залізне осердя, яке зображено на рис. 5.9, має обмотку, якою протікає постійний струм. В результаті в осерді виникає поле з індукцією

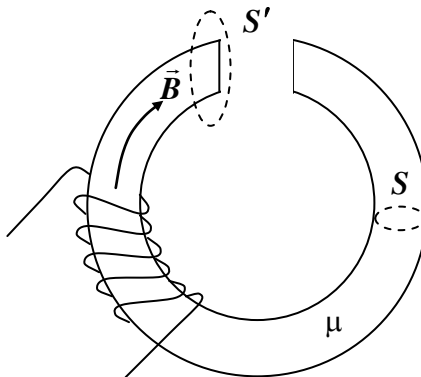


Рис. 5.9

$B = 1,25$  Тл. Площа поперечного перерізу осердя  $S = 100$  м<sup>2</sup>. Один із кінців осердя входить в середину уявної,

замкнутої поверхні  $S'$ . Знайти для поверхні  $S'$  потік  $\Phi_B$  вектора  $B$  і потік  $\Phi_H$  вектора  $H$ .

**5.31.** На осерді у вигляді тороїда із середнім діаметром  $d = 0,5$  м є обмотка із  $N = 1000$  витків. В осерді зроблений поперечний проріз, ширина якого  $b = 1$  мм. При струмі  $I = 0,85$  А в обмотці котушки індукція магнітного поля в зазорі  $B = 0,75$  Тл. Нехтуючи розсіюванням магнітного потоку на краях прорізу, знайти магнітну проникність осердя при цих умовах.

**5.32.** Тонке залізне кільце із середнім діаметром  $d = 50$  см несе на собі обмотку із  $N = 800$  витків зі струмом  $I = 3$  А. В кільці є поперечна прорізь ширина якої  $b = 2$  мм. Нехтуючи розсіюванням

магнітного потоку на краях зазору, знайти за допомогою графіка на рис.5.1 магнітну проникність заліза при цих умовах.

**5.33** Є соленоїд із залізним осердям завдовжки 50 см, площею поперечного перерізу  $10 \text{ см}^2$  та загальною кількістю витків 1000. Знайти індуктивність цього соленоїда, якщо обмоткою соленоїда тече струм: 1)  $I_1 = 0,1 \text{ А}$ ; 2)  $I_2 = 0,5 \text{ А}$ .

**5.34.** Визначити об'ємну густину енергію магнітного поля у залізному осерді, якщо індукцію магнітного поля в ньому 1 Тл.

**5.35.** Індукція магнітного поля тороїда із залізним осердям зросла від  $B_1 = 1 \text{ Тл}$  до  $B_2 = 1,5 \text{ Тл}$ . Визначити як змінилась при цьому об'ємна густина енергію магнітного поля.

**5.36.** На залізне кільце намотано в один шар 2000 витків. Чому дорівнює енергія магнітного поля тороїда, якщо при силі струму 2,5 А у витках магнітний потік через переріз кільця дорівнює  $6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

**5.37** Залізне осердя, яке має форму тороїда з квадратним перерізом, несе на собі обмотку з 500 витків. Внутрішній радіус тороїда 0,2 м, зовнішній – 0,25 м. Визначити енергію, яка зосереджена в осерді, якщо по обмотці протікає струм 1,84 А.

**5.38** На залізний тороїд намотано 500 витків. Знайти енергію магнітного поля, якщо при струмі 2 А магнітний потік через площу витка дорівнює 1 мВб.

**5.39.** Тонке кільце з магнетика має середній діаметр  $d = 30 \text{ см}$ . У кільці зроблений поперечний проріз завширшки 2 мм. Коли по обмотці протікає струм, магнітна проникність магнетика  $\mu = 1400$ . Нехтуючи розсіюванням магнітного поля на краях прорізу, знайти відношення магнітної енергії прорізу до магнітної енергії магнетика.

**5.40** Обмоткою тороїдальної котушки з немагнічним залізним осердям пропустили струм, сила якого 0,3 А. Витки дроту з

діаметром 0,4 мм з дуже тонкою ізоляцією щільно прилягають один до одного. Визначити індуктивність тороїдальної котушки при даних умовах, а також енергію магнітного поля в осерді, якщо площа його перерізу  $4 \text{ см}^2$ , а діаметр середньої лінії осердя 30 см.

**5.41.** Є постійний магніт у вигляді кільця з прорізом завширшки 4 мм. Середній діаметр кільця дорівнює 20 см, його переріз має форму кола, діаметр якого малий в порівнянні з діаметром кільця. Індукція магнітного поля в прорізі дорівнює  $10^{-2}$  Тл. При таких розмірах кільця поле в прорізі можна вважати однорідним. Визначити: 1) модуль напруженості магнітного поля в кільці. 2) густину енергії магнітного поля в кільці.

**5.42.** Густина енергії магнітного поля в вакуумі безпосередньо біля поверхні магнетика з магнітною проникністю  $\mu = 4 \epsilon \omega_1$ . Яка густина енергії в магнетик, якщо вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  в вакуумі: а) перпендикулярний поверхні магнетика; б) практично паралельний поверхні магнетика?

**5.43.** В скільки раз густини енергії магнітного поля біля кінця довгого соленоїда менша густини енергії в центрі соленоїда?

**5.44.** Число витків котушки зменшили у два рази, але зберегли її геометричні розміри і струм в котушці. Як при цьому змінюється: а) енергія магнітного поля котушки; б) середня густина енергії магнітного поля всередині котушки?

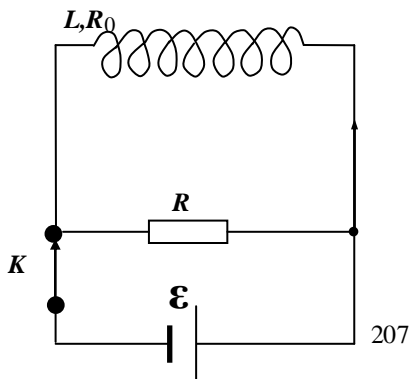


Рис. 5.10

**5.45.** Котушка, індуктивність якої  $L = 2$  мкГн і опір  $R_0 = 1$  Ом, ввімкнена до джерела постійного струму з е.р.с.  $\mathcal{E} = 3$  В. Паралельно до котушки ввімкнений опір

$R = 2$  Ом. Після того як струм в котушці досягає сталого значення, джерело струму відключається. Знайти кількість тепла  $Q$ , яке виділиться на опорі  $R$  після розімкнення кола. Опором джерела струму і з'єднувальних проводів знехтувати.

## 6. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

### 6.1. Питання теми

1. Електромагнітна індукція (скорочено ЕМІ).
2. Кількість електрики, яка переноситься індукційним струмом.
3. Взаємна індукція. Самоіндукція.
4. Енергія струмів.

### 6.2. Основні визначення та формули

1. Загальна формула для визначення магнітного потоку, який пронизує поверхню  $S$ , зв'язану з контуром:

$$\Phi = \int_s \vec{B} d\vec{S}, \quad (6.1)$$

де  $\vec{B}$  – індукція магнітного поля в точці знаходження елементарної поверхні  $dS$ ,  $d\vec{S} = dS\vec{n}$ ,  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормальний до площадки  $dS$ .

2. Магнітний потік  $\Phi$  через поверхню, зв'язану з контуром, і сила струму  $I$  в контурі зв'язані співвідношенням:

$$\Phi = LI, \quad (6.2)$$

де  $L$  – індуктивність контуру.

3. Основний закон ЕМІ (закон Фарадея): при всякій зміні магнітного потоку, який пронизує контур, в ньому виникає



електрорушійна сила індукції, яка пропорційна швидкості зміни магнітного потоку, тобто

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (6.3)$$

Знак « $\rightarrow$ » відображає правило Ленца.

4. Кількість електрики, яка протікає по контуру, опір якого  $R$ , при зміні магнітного потоку через контур на величину  $\Delta\Phi$ ,

$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R}. \quad (6.4)$$

5. Електрорушійна сила (е.р.с.) самоіндукції в контурі яка виникає при зміні сили струму в ньому, визначається за законом (6.3). При незмінній індуктивності контуру  $L$  е.р.с. самоіндукції визначається за формулою:

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}. \quad (6.5)$$

6. Власна енергія струму і взаємна енергія двох струмів

$$W = LI^2 / 2, \quad W_{12} = M_{12}I_1I_2. \quad (6.6)$$

де  $M_{12}$  – коефіцієнт взаємної індукції двох контурів, якими протікають струми  $I_1$  і  $I_2$ , відповідно.

7. Миттєве значення сили струму  $I$  в колі з опором  $R$  та індуктивністю  $L$ :

а) після замикання кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{R}{L} t \right\} \right), \quad (6.7)$$

де  $\mathcal{E}$  – е.р.с. джерела струму,  $t$  – час після замикання кола.

б) після розмикання кола:

$$I = I_0 \exp\left\{-\frac{R}{L}t\right\} \quad (6.8)$$

де  $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$  – початкове значення струму,  $t$  – час після розмикання кола.

### 6.3. Питання на самопідготовку

1. В чому суть явища ЕМІ?
2. Сформулювати закон Фарадея.
3. Сформулювати і пояснити правило Ленца.
4. В чому суть явища самоіндукції?
5. Записати вираз для е.р.с. самоіндукції?
6. Як визначити кількість електрики, що переноситься індукційним струмом? Формулу пояснити.
7. Привести приклади використання явища ЕМІ в техніці зв'язку?
8. Які струми називаються вихровими? Привести приклади використання вихрових струмів.
9. Пояснення явища ЕМІ за допомогою сили Лоренца.
10. Пояснення явища ЕМІ за допомогою вихрового електричного поля.
11. Самоіндукція. Індуктивність. Е.р.с. самоіндукції.
12. Взаємна індукція.
13. Пояснити залежність сили струму від часу при замиканні та розмиканні кіл, які містять індуктивність.

### 6.4. Методичні вказівки

1. В явищі ЕМІ магнітний потік через контур може змінюватися як при русі контуру або його ділянки, так і при зміні з часом індукції магнітного поля. У всіх випадках для визначення величини е.р.с. використовують закон (6.3).

Для розв'язування задач необхідно перш за все проаналізувати її умову, встановити причину зміни магнітного потоку, який зв'язаний з контуром, і визначити які із величин, що входять у вираз для потоку, змінюється з часом. Взнявши похідну по часу від виразу для магнітного потоку знайдемо співвідношення для е.р.с. самоіндукції.

2. При розв'язуванні задач на явище ЕМІ як правило не враховують магнітне поле, яке створюється індукційним струмом. Це поле створює деякий потік через контур, зміна якого створює додаткову е.р.с.. Ефект цей буде тим слабшим, чим більший опір кола (менший струм).

3. Для соленоїда у формулі (6.2) величина  $\Phi$  означає повний магнітний потік або потокозчеплення і вимірюється сумою магнітних потоків, які пронизують кожний виток соленоїда. Для довгого соленоїда величина  $\Phi$  в  $N$  раз більша ( $N$  – число витків) магнітного потоку  $\Phi'$ , який пронизує любий переріз соленоїда біля його середини.

## 6.5. Приклади розв'язування задач

**Задача 6.1.** В однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,05$  Тл, рівномірно обертається плоска рамка, що містить  $N = 500$  витків. Площа рамки  $S = 400$  см<sup>2</sup>. Частота обертання рамки  $f = 600$  об/хв. Визначити миттєве значення е.р.с. індукції в момент часу, коли кут між нормаллю рамки  $\vec{n}$  і вектором індукції поля  $\vec{B}$  буде  $45^\circ$ .

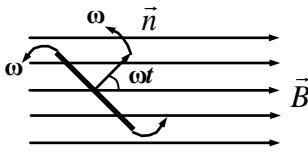


Рис. 6.1

**Розв'язок.** Миттєве значення

е.р.с. індукції  $\mathcal{E}_i$  визначається із закону Фарадея (6.3). Магнітний потік, що пронизує рамку, визначається за формулою (6.1). Із врахуванням того, що магнітне поле однорідне

$$\Phi = \int_S \vec{B} \vec{n} ds = B \cos \omega t \int_S ds = BSN \cos \omega t,$$

де  $N$  – кількість витків котушки, що пронизується магнітним потоком,  $\omega = 2\pi f$  – кутова швидкість обертання рамки. Тоді за формулою (6.3) знаходимо, що

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = BSN \omega \sin \omega t.$$

Згідно умови задачі  $\omega t = 2\pi k + \pi/4$ , де  $k \in \mathbb{Z}$ . Тоді

$$\mathcal{E}_i = 2\pi f BSN \sin(2\pi k + \pi/4),$$

або

$$\mathcal{E}_i = 2\pi \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^2 \sin 45^\circ \text{ В} = 44,4 \text{ В}.$$

**Задача 6.2.** В однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,1$  Тл, обертається в площині, перпендикулярній лініям індукції, мідний диск. Радіус диска  $r = 10$  см, частота обертання  $f = 120$  об/хв. За допомогою ковзаючих контактів диск підключений до кола, опір якого  $R = 100$  Ом (рис. 6.2). Визначити е.р.с. індукції, яка виникає при обертанні диска, кількість електрики  $q$ , яка протікає по колу, а також кількість теплоти  $Q$ , що виділяється в колі, за час, на протязі якого диск здійснить  $N = 1000$  обертів.

**Розв'язок.** Як показує дослід,

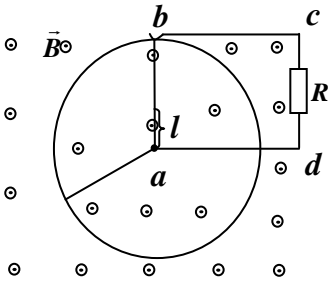


Рис. 6.2

при обертанні диска в магнітному полі, в контурі  $abcd$  появляється струм, а це означає, що виникає е.р.с. індукції. Магнітний потік через цей контур не змінюється, тому формально  $d\Phi/dt = 0$ . Виникнення е.р.с. індукції в контурі  $abcd$  можна пояснити тим, що ділянка контуру  $ab$  проходить весь час через різні радіуси диска. Швидкості

обертання точок радіусу  $ab$  є різними, а саме  $v = \omega l$ , де  $\omega$  - кутова швидкість обертання диска,  $l$  - відстань точки радіус  $ab$  від центра диска  $a$ . Це означає, що сила Лоренца, яка діє на заряди в точках радіусу  $ab$ , залежить від відстані  $l$ .

Згідно визначення е.р.с. (3.6)  $\mathcal{E} = A/q$ , тому в нашому випадку ( $q$  - заряд електрона)

$$\mathcal{E}_s = \frac{1}{e} \int_0^r F dl = \frac{1}{e} \int_0^r evB dl = B\omega \int_0^r l dl = \frac{B\omega r^2}{2}.$$

Якщо врахувати, що  $\omega = 2\pi f$ , то

$$\mathcal{E}_i = \pi r^2 f B.$$

Після підстановки числових значень величини отримаємо:

$$\mathcal{E}_i = \pi \cdot 0,1^2 \cdot 2 \cdot 0,1 \text{ В} = 6,3 \text{ іА}.$$

Таким чином при рівномірному обертанні диска ( $f = \text{const}$ ) в колі діє стала е.р.с., яка створює постійний струм. Кількість електрики  $q$ , що переносить індукційний струм, визначимо за формулою:

Кількість тепла, що виділяється в колі постійного струму, знайдемо за законом Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2 R t = \varepsilon_i^2 t / R = \pi^2 r^4 N B^2 / R = 0,2 \text{ іАає} .$$

**Задача 6.3.** Квадратна рамка із стороною  $a = 10 \text{ см}$  і довгий прямий провідник зі струмом  $I = 10 \text{ А}$  знаходяться в одній площині, як показано на рисунку 6.3. Рамку поступально переміщують із

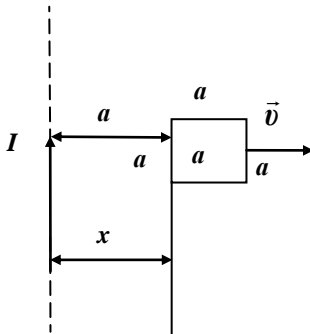


Рис. 6.3

постійною швидкістю

$$|\vec{v}| = 5 \text{ м/с} . \quad \text{Опір}$$

рамки  $R = 0,5 \text{ Ом}$ .

Знайти: а) е.р.с. індукції в момент, який показаний на рисунку 6.3; б)

кількість електронів, які проходять через переріз проводу

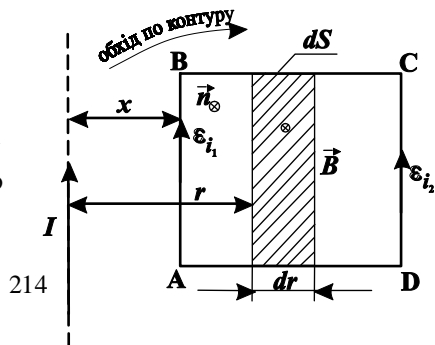
рамки, при видаленні рамки із магнітного поля; в) напруженість електричного поля в проводі рамки для моменту часу, коли  $x = a$ .

**Розв'язок.** а) е.р.с. індукції знайдемо за формулою (6.3). Для цього необхідно знати магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує рамку, який будемо визначати за формулою (6.1). Для нашого випадку (рис. 6.4)

$$\vec{B} d\vec{S} = B dS , \text{ де}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} , dS = a dr .$$

Тут  $r$  – відстань від провідника зі струмом до смужки шириною



$dr$  і довжиною  $a$ . При цьому враховано, що магнітне поле прямого провідника зі струмом має циліндричну симетрію і в межах  $dS$  індукція  $B$  є однаковою. Тоді магнітний потік, який пронизує рамку буде:

$$\hat{O} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{x}\right),$$

де  $x = vt$  – відстань від рамки до провідника, а е.р.с. індукції

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\hat{O}}{dt} = \frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi x(x+a)}. \quad (1)$$

Для моменту, коли  $x = a$ ,

$$\mathcal{E}_i = \frac{\mu_0 I v}{4\pi} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 5}{4\pi} \text{ В} = 5 \text{ мВ}.$$

б) Кількість електрики, що переноситься індукційним струмом знайдемо за формулою (6.4) де:

$$\Delta\hat{O} = 0 - \hat{O} = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{x}\right) = -\frac{\mu_0 I a \ln 2}{2\pi}.$$

Кількість електронів, що пройдуть через переріз проводу рамки, при видаленні її із магнітного поля буде дорівнювати:

$$N = \frac{\hat{O}}{|e|R} = \frac{\mu_0 I a \ln 2}{2\pi |e|R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10^{-1} \cdot 0,693}{2\pi \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5} = 1,73 \cdot 10^{12} \text{ електронів}.$$

в) Згідно визначення (3.6) е.р.с. – це робота по переміщенню одиночного позитивного заряду по контуру, тобто

$$\mathcal{E}_i = \oint_{\vec{A}} \vec{A} d\vec{l},$$

де  $\Gamma$  – контур рамки,  $d\vec{l}$  – елемент контуру. Так як напруженість електричного поля в проводі рамки у конкретний момент часу  $t$  є однаковою, то  $\oint_{\vec{A}} \vec{A} d\vec{l} = 4aE$ . Тоді, використавши формулу (1)

знаходимо, що

$$E = \frac{\mu_0 I a v}{8\pi x(x+a)},$$

а для випадку  $x = a$  –

$$E = \frac{\mu_0 I v}{16\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 5}{16\pi \cdot 0,1} \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{м}} = 12,5 \text{ В/м}.$$

### Другий спосіб знаходження е.р.с. індукції в рамці.

Силкові лінії магнітного поля перетинають дві сторони рамки: АВ і CD. В них індукується е.р.с. індукції, величину якої знайдемо за формулою  $\mathcal{E}_i = Bav$ . Для сторони АВ

$$\mathcal{E}_{i_1} = B(x) \cdot av = \frac{\mu_0 I a v}{2\pi x}$$

Для сторони CD  $\mathcal{E}_{i_2} = B(x+a) \cdot av = \frac{\mu_0 I a v}{2\pi(x+a)}$ . За правилом

Ленца ці е.р.с. діють назустріч одна одній, тому результуюча е.р.с.

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{i_1} - \mathcal{E}_{i_2} = \frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi x(x+a)}.$$

Ця формула співпадає з вище отриманою формулою (1).



**Задача 6.4.** Прямий провідник, опір якого  $R_1 = 0,1$  Ом/м на одиницю довжини, зігнули під кутом  $2\alpha = 60^\circ$ . Перемичка із такого ж проводу, яка розташована перпендикулярно до бісектриси кута  $2\alpha$ ,

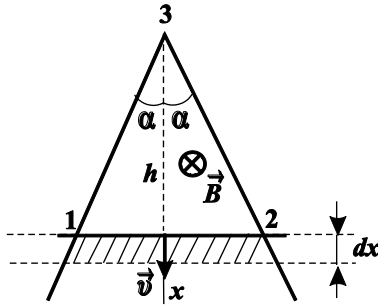


Рис.6.5

утворює із зігнутим проводом замкнутий трикутний контур (рис. 6.5). Цей контур розміщений в однорідному магнітному полі, індукція якого  $|\vec{B}| = 0,03$ Тл перпендикулярна площині трикутника. Знайти напрямок і силу струму  $I$ , який протікає в контурі, коли перемичка рухається з постійною швидкістю  $v = 2$  м/с. Опором в місцях контактів 1 і 2 знехтувати.

**Розв'язок:** Сила струму, яка протікає в контурі 1 – 3 – 2 – 1, коли перемичка 1 – 2 рухається дорівнює  $I = \mathcal{E}_i / R$ , де  $\mathcal{E}_i$  – е.р.с. індукції, що діє в контурі,  $R = R_1 P$  – опір контуру,  $P$  – його периметр. Е.р.с. індукції  $|\mathcal{E}_i| = B \frac{dS}{dt}$ , де  $\frac{dS}{dt}$  – швидкість зміни площі трикутника 1-2-3.  $dS$  – це площа заштрихованої трапеції на рис. 6.5. Висота трапеції  $dx = v \cdot dt$  Основи трапеції дорівнюють  $2htg\alpha$  і  $2(h + v dt)tg\alpha$ . Тому

$$dS = 2htg\alpha \cdot v dt,$$

де  $h$  – висота трикутника 1 – 3 – 2. Тоді е.р.с. індукції

$$\mathcal{E}_i = 2Bhv\alpha$$

Периметр трикутника 1-3-2

$$P = 2h(\operatorname{tg}\alpha + 1/\cos\alpha).$$

Значить сила струму в контурі буде:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1}{PR_1} \frac{2Bh\nu hvt}{2h(\operatorname{tg}\alpha + 1/\cos\alpha)R_1} = \frac{\nu B \sin\alpha}{(1 + \sin\alpha)R_1} = 0,2 \text{ А.}$$

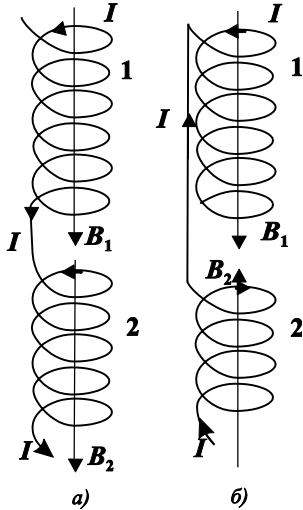


Рис. 6.6

**Задача 6.5.** Дві котушки, індуктивності яких  $L_1 = 4$  мГн і  $L_2 = 6$  мГн, з'єднані послідовно (рис.6.6,а). При цьому індуктивність системи  $L = 16$  мГн. Як зміниться індуктивність системи, якщо в одній із котушок напрямок струму змінити на протилежний (рис.6.6,б), не змінюючи взаємного розташування котушок?

**Аналіз:** Індуктивність системи визначається за (6.2)

$$\Phi = LI, \quad (1)$$

де  $I$  – сила струму в котушках (так як котушки з'єднані послідовно, то сила струму в них однакова),  $\Phi$  – сумарний магнітний потік, що дорівнює алгебраїчній сумі потоків, які пронизують всі витки котушок. Всі витки першої котушки пронизуються власним потоком  $\Phi_1$  і потоком  $\Phi_{12}$ , що створюється другою котушкою. Друга котушка пронизується теж власним потоком  $\Phi_2$  і потоком  $\Phi_{21}$ , що створюється першою котушкою. Таким чином

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_{12} + \Phi_{21}. \quad (2)$$

Власні потоки завжди позитивні і визначаються індуктивністю кожної котушки:

$$\Phi_1 = L_1 I, \quad \Phi_2 = L_2 I. \quad (3)$$

$\Phi_{12}$  і  $\Phi_{21}$  потоки можуть бути як позитивними так і негативними в залежності від напрямку індукції поля, яка створюється однією котушкою у витках другої. Знаки  $\Phi_{21}$  і  $\Phi_{12}$  завжди співпадають (при зміні напрямку струму одночасно змінюються на протилежні і напрямки дотичної нормалі, і напрямки вектора індукції), а числові значення їх визначаються взаємною індуктивністю  $M$ :

$$\Phi_{12} = \pm M_{12} I_2, \quad \Phi_{21} = \pm M_{21} I_1.$$

У відсутності феромагнетиків  $M_{12} = M_{21} = M$ . Так як котушки з'єднані послідовно, то

$$\Phi_{12} = \Phi_{21} = \pm M I. \quad (4)$$

Зміст знаків визначається характером з'єднання і розташуванням котушок. Якщо поля котушок мають однаковий напрямок, то  $\Phi_{12} = \Phi_{21} = + M I$  (рис. 6.6,а); якщо поля котушок направлені назустріч одне одному, то  $\Phi_{12} = \Phi_{21} = - M I$  (рис. 6.6,б).

**Розв'язок.** Підставимо (3) і (4) в (2) і (1) і отримаємо, що індуктивність двох котушок

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M.$$

Так як до зміни напрямку струму  $L > L_1 + L_2$ , то очевидно (рис.6.6,а), що

$$L = L_1 + L_2 + 2M. \quad (5)$$

Після зміни напрямку струму в одній із котушок (рис.6.6, б)

$$L' = L_1 + L_2 - 2M. \quad (6)$$

Із рівнянь (5) і (6) знаходимо, що

$$L' = 2(L_1 + L_2) - L = 4 \text{ мГн.}$$

**Задача 6.6.** Соленоїд, індуктивність якого  $L = 0,1 \text{ Гн}$  і опір  $R = 0,02 \text{ Ом}$ , вмикається до джерела струму з е.р.с.  $\mathcal{E}_0 = 2 \text{ В}$ , внутрішнім опором якого можна знехтувати. Яка кількість тепла виділиться в соленоїді за перші  $5 \text{ с}$  після ввімкнення?

**Розв'язок.** При ввімкненні соленоїда до е.р.с.  $\mathcal{E}_0$  виникає змінний струм замикавання (6.7). Розподілимо проміжок часу  $t$  на такі малі відрізки  $dt$ , щоб в межах кожного відрізка часу силу струму можна було вважати майже сталою. Тоді кількість тепла, яка виділиться на опорі  $R$ , згідно закону Ленца-Джоуля буде:

$$dQ = I^2 R dt = \frac{\mathcal{E}_0^2}{R} \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{R}{L} t \right\} \right)^2 dt.$$

Звідси після інтегрування знаходимо:

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^5 \frac{\mathcal{E}_0^2}{R} \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{R}{L} t \right\} \right)^2 dt = \\ &= \frac{\mathcal{E}_0^2}{R} \left( t + \frac{2L}{R} \exp \left\{ -\frac{R}{L} t \right\} - \frac{L}{2R} \exp \left\{ -\frac{2Rt}{L} \right\} \right) \Big|_0^5 = \\ &= 200(5 - 10(1 - \exp \{-1\}) + 2,5(1 - \exp \{-2\})) = 168 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

**Висновок.** Якщо б ми помилково вважали, що струм миттєво досягає свого максимального значення  $I_0 = \mathcal{E}_0 / R = 100 \text{ А}$  (що можливо, якщо  $L$  дуже мале), то

$$Q = I_0^2 R t = 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 5 = 1000 \text{ Дж.}$$

Цей помилковий результат дуже сильно відрізняється від правильної відповіді 168 Дж.

**Задача 6.7.** Дросель з індуктивністю  $L = 5$  Гн і омичним опором  $R_1 = 20$  Ом і лампа із опором  $R_2 = 300$  Ом з'єднані паралельно і підключені до джерела з електрорушійною силою  $\mathcal{E} = 110$  В через ключ  $K$  (рис. 6.7). Визначити різницю потенціалів на затискачах дроселя при  $t_1 = 0,01$  с і  $t_2 = 0,2$  с після розмикання кола.

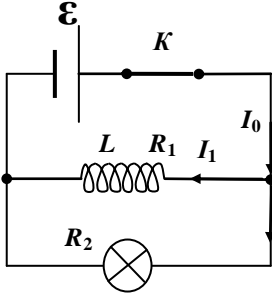


Рис. 6.7

**Аналіз.** Коли ключ  $K$  замкнутий і в колі встановився режим, то сила струму  $I_0$  в колі дорівнює сумі сил струмів, що

протікають через дросель ( $I_1$ ) і лампу ( $I_2$ ). Причому

$$I_1 = \mathcal{E}/R_1. \quad (1)$$

При розмиканні ключа  $K$  в дроселі виникає е.р.с. самоіндукції, яка перешкоджає зменшенню струму  $I_1$ . Е.р.с. самоіндукції виникає тільки в дроселі, так як лампа і підвідні провідники можна вважати безіндуктивними.

Після відключення джерела замкнене коло складають дросель і лампа, які тепер з'єднані послідовно. В момент  $t = 0$ , який відповідає моменту розмикання, сила струму в цьому колі однакова і дорівнює  $I_1$  (струм в безіндуктивній лампі щезає миттєво). Різниця потенціалів на затискачах дроселя після відключення джерела влюбий момент часу

$$U_{\text{д}} = IR_2, \quad (2)$$

де  $I$  – струм в колі, що залежить від часу.  $U_{\text{д}} \neq IR_1$ , так як в дроселі діє стороннє поле, обумовлене появою е.р.с. самоіндукції.

**Розв'язок.** За формулою (6.8)

$$I = I_1 \exp\left\{-\frac{R_1 + R_2}{L}t\right\}.$$

Враховавши (1) і (2) отримаємо, що

$$U_{\dot{A}} = \frac{\mathcal{E}R_2}{R_1} \exp\left\{-\frac{R_1 + R_2}{L}t\right\}. \quad (3)$$

При  $t = t_1$

$$U_{\dot{A}1} = \frac{110 \cdot 300}{20} \exp\left\{-\frac{320}{5} \cdot 0,01\right\} \hat{A} = 870 \hat{A},$$

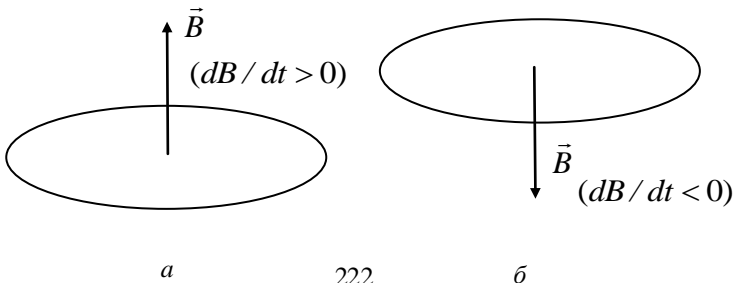
а при  $t = t_2$

$$U_{\dot{A}2} = 4,5 \cong 10^{-3} \text{ В.}$$

При виключенні джерела  $\mathcal{E}$ , як видно із отриманого результату, різниця потенціалів на дуже короткий час значно (у 8 раз) перевищує е.р.с. джерела, що дозволяє спостерігати миттєвий яскравий спалах лампи в момент розімкнення ключа К.

## 6.6. Задачі

**6.8.** Дротяне кільце знаходиться в магнітному полі, яке змінюється із часом. Положення кільця і напрямок магнітної індукції



$\vec{B}$  і характер її зміни показані на рисунку 6.8, *a* і *б*. Вказати напрямок струму, що наводиться в кільці, і напрямок елементарної сили  $d\vec{F}$ , яка діє на малу ділянку кільця  $dl$  зі сторони магнітного поля.

**6.9.** Дві котушки 1 і 2 підвішені на довгих нитках так, що їхні площини паралельні (див. рис. 6.9). Котушка 2 замкнута накоротко. Що відбудеться з котушками зразу ж після ввімкнення першої котушки до джерела струму?

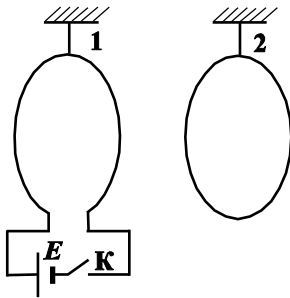


Рис. 6.9

**6.10.** Магнітний потік  $\Phi = 0,04$  Вб пронизує замкнений контур. Визначити середнє значення величини е.р.с. індукції, яка виникає в контурі, якщо магнітний потік зміниться до нуля за час  $\Delta t = 0,02$  с.

**6.11.** Прямий провідник, довжина якого 40 см, рухається в однорідному магнітному полі зі швидкістю 5 м/с перпендикулярно до ліній індукції.

Різниця потенціалів між кінцями провідника 0,6 В. Вирахувати індукцію магнітного поля.

**6.12.** Рамка, площа якої  $S = 200$  см<sup>2</sup>, рівномірно обертається з частотою  $f = 10$  об/с відносно осі, що лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції однорідного магнітного поля ( $B = 0,2$  Тл). Яке середнє значення е.р.с. індукції за час, на протязі якого магнітний потік, який пронизує рамку, змінюється від нуля до максимального значення? Кількість витків в рамці  $N = 100$ .

**6.13.** В однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,1$  Тл, рівномірно з частотою  $f = 600$  об/хв обертається рамка, яка складається із  $N = 1000$  витків, площа яких  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції. Визначити максимальну е.р.с. індукцію, яка виникає в рамці.

**6.14.** Індукція магнітного поля між полюсами двополюсного генератора  $B = 0,8$  Тл. Ротор має  $N = 100$  витків, площа кожного з яких  $S = 400$  см<sup>2</sup>. Скільки обертів за хвилину робить ротор, якщо максимальне значення е.р.с. індукції  $\mathcal{E}_{\max} = 200$  В?

**6.15.** Накороткозамкнута котушка, що містить  $N = 1000$  витків, рівномірно обертається з кутовою швидкістю  $\omega = 5$  рад/с відносно осі, яка співпадає з діаметром котушки і перпендикулярна до ліній індукції поля. Магнітне поле однорідне, індукція поля  $B = 0,04$  Тл. Визначити е.р.с. індукції для тих моментів часу, коли нормаль до площини котушки складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з лініями поля. Площа котушки  $S = 100$  см<sup>2</sup>.

**6.16.** В однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 1$  Тл знаходиться прямий провідник зі струмом, довжина якого  $l = 20$  см. Кінці провідника замкненні проводом, що знаходиться поза полем. Опір всього кола  $R = 0,1$  Ом. Знайти силу, яку необхідно прикласти до провідника, щоб перемішувати його перпендикулярно до ліній індукції із швидкістю  $v = 2,5$  м/с.

**6.17.** Представимо собі, що рельси залізнодорожньої колії, відстань між якими  $1,2$  м, йдуть по магнітному меридіану і ізолювані одна від одної і від Землі. Цими рельсами їде поїзд із швидкістю  $60$  км/год. Вертикальна складова магнітного поля Землі  $B_g = 50$  мкТл. Що буде показувати мілівольтметр, що включений в якомусь місці між рельсами: 1) коли поїзд наближається до приладу; 2) коли поїзд проходить над приладом, тобто прилад знаходиться між двома скатами якого-небудь вагону; 3) коли поїзд віддаляється від приладу?

**6.18.** Чи буде в умові попередньої задачі впливати на покази мілівольтметра горизонтальна складова магнітного поля Землі, якщо шлях не прямолінійний?

**6.19.** Рамка в задачі 6.3. обертається з постійною кутовою швидкістю навколо сторони рамки, що знаходиться на відстані  $2a$  від



провідника зі струмом. Чи буде е.р.с. індукції в рамці синусоїдальною?

**6.20.** Прямий провідник, довжина якого  $l = 10$  см розміщений в однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 1$  Тл. Кінці провідника замкненні гнучким проводом, що знаходиться поза полем. Опір всього кола  $R = 0,4$  Ом. Яка потужність необхідна для того, щоб рухати провідник перпендикулярно до лінії індукції із швидкістю  $v = 20$  м/с?

**6.21.** Тонкий металевий стержень, довжина якого  $l = 1,2$  м, обертається з частотою  $f = 120$  обертів за хвилину в однорідному магнітному полі навколо осі, яка перпендикулярна до стержня і проходить через нього на відстані  $l_1 = 0,25$  м від одного з кінців. Вектор  $\vec{B}$  паралельний осі обертання і  $|\vec{B}| = 1$  мТл. Знайти різницю потенціалів  $U$ , яка виникає між кінцями стержня.

**6.22.** До джерела струму з е.р.с.  $0,5$  В і нехтовно малим внутрішнім опором під'єднанні два металічних стержні, які розташовані горизонтально і паралельні один до одного. Відстань між стержнями  $l = 20$  см. Стержні знаходяться в однорідному магнітному полі, яке направлене вертикально. Індукція поля  $B = 1,5$  Тл. По стержнях ковзає під дією сил поля прямолінійний провідник із швидкістю  $v = 1$  м/с. Опір провідника  $R = 0,02$  Ом, опором стержнів знехтувати. Визначити:

- 1) е.р.с. індукції;
- 2) силу, яка діє із сторони поля на провідник;
- 3) силу струму в колі;
- 4) потужність, яка витрачається на рух провідника;
- 5) потужність, яка витрачається на нагрівання провідника;
- 6) потужність, яку віддає в коло джерело струму.

**6.23.** В однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,4$  Тл, обертається стержень довжиною  $l = 10$  см. Вісь обертання паралельна до лінії індукції, проходить через один із кінців стержня і

перпендикулярна до його довжини. Визначити різницю потенціалів на кінцях стержня, якщо він робить  $f = 16$  об/с?

**6.24.** Обмотка тороїда з немагнітним осердям має  $N_1 = 251$  виток. Середній діаметр тороїда  $D = 8$  см, діаметр витків  $d = 2$  см. На тороїд намотана вторинна обмотка, яка має  $N_2 = 100$  витків. При замиканні кола первинної обмотки в ній протягом часу  $t = 0,001$  с встановлюється струм  $I = 3$  А. Визначити середнє значення ЕРС індукції, яка виникає у вторинній обмотці.

**6.25.** На довгий прямий соленоїд, діаметр перерізу якого  $d = 5$  см і густина намотки  $n = 20$  витків на один сантиметр довжини, щільно одягнутий круговий виток із мідного проводу перерізом  $S = 1$  мм<sup>2</sup>. Знайти струм у витку, якщо струм соленоїда збільшується з постійною швидкістю  $dl/dt = 100$  А/с. Індуктивністю витка знехтувати.

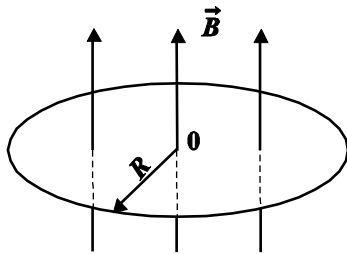


Рис. 6.10

**6.26.** Провідне кільце, радіус якого  $R = 10$  см, знаходиться в однорідному магнітному полі  $\vec{B}$ , силові лінії якого перпендикулярні до площини витка (рис. 6.10). Індукція магнітного поля змінюється за законом:  $|\vec{B}| = B_0 \sin kt$ , де

$B_0 = 0,5$  Тл,  $k = 0,4$  с<sup>-1</sup>. Знайти

максимальну напруженість електричного поля всередині матеріалу провідника.

**6.27.** Провід який має форму параболи  $y = bx^2$ , знаходиться в однорідному магнітному полі, індукція якого  $B$ , причому вектор  $\vec{B}$  перпендикулярний площині  $x, y$ . З вершини параболи в момент  $t = 0$

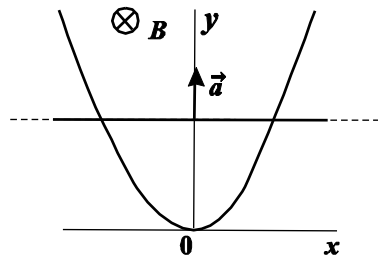


Рис. 6.11

починає переміщуватись поступально перемичка з постійним прискоренням  $a$  (рис. 6.11). Знайти е.р.с. індукції в контурі, який утворився внаслідок руху перемички, як функцію  $u$ .

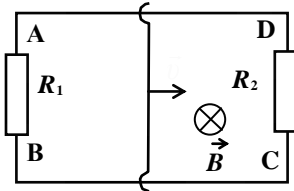


Рис. 6.12

**6.28.** Прямокутний контур із ковзаючою перемичкою, довжина якої  $l = 0,1$  м, знаходиться в однорідному магнітному полі, яке перпендикулярне площині контуру (рис. 6.12). Індукція поля дорівнює  $B = 10$  мТл. Перемичка має опір  $R = 0,08$  Ом, сторони  $AB$  і  $CD$  – опори  $R_1 = 0,2$  Ом і  $R_2 = 0,4$  Ом.

Нехтуючи самоіндукцією контуру, знайти струм через перемичку при її поступальному переміщенні з постійною швидкістю  $v = 10$  м/с.

**6.29.** Виток із проводу знаходиться в однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,04$  Тл. Радіус витка  $r = 4$  см, опір проводу  $R = 0,01$  Ом. Площина витка складає кут  $\alpha = 30^\circ$  з лініями поля. Яка кількість електрики протече по витку, якщо магнітне поле виключити?

**6.30.** Кільце із проводу лежить на столі. Радіус кільця  $r = 10$  см. Опір проводу кільця  $R = 1$  Ом. Вертикальна складова індукції магнітного поля Землі  $B = 5 \cdot 10^{-5}$  Тл. Яка кількість електрики протече по кільцю, якщо його повернути із однієї сторони на другу?

**6.31.** В кільце із проводу, яке під'єднане до балістичного гальванометра, внесли прямий постійний магніт. Балістичний гальванометр показав, що при цьому по колу протекла кількість електрики, що дорівнює  $10^{-5}$  Кл. Визначити магнітний потік, який пронизує площу кільця, якщо опір кола гальванометра дорівнює  $30$  Ом.

**6.32.** Між полюсами електромагніта розміщена котушка, яка під'єднана до балістичного гальванометра. Вісь котушки паралельна лініям індукції магнітного поля. Котушка має 15 послідовно з'єднаних

витків, площа яких однакова і дорівнює  $2 \text{ см}^2$ . Опір котушки  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ , опір гальванометра  $R_2 = 46 \text{ Ом}$ . Коли струм в обмотці електромагніта виключили, то по колу гальванометра протекла кількість електрики  $q = 90 \text{ мкКл}$ . Вирахувати магнітну індукцію поля електромагніта.

**6.33.** Плоска рамка із проводу, опір якого  $R = 0,01 \text{ Ом}$ , рівномірно обертається в однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,05 \text{ Тл}$ . Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції. Площина рамки  $S = 100 \text{ см}^2$ . Знайти, яка кількість електрики протече по повороту рамки за час обертання її на кут  $\alpha = 30^\circ$  в таких випадках: 1) від  $0$  до  $30^\circ$ ; 2) від  $30^\circ$  до  $60^\circ$ ; 3) від  $60^\circ$  до  $90^\circ$ .

**6.34.** Тонкий мідний провідник, маса якого  $m = 1 \text{ г}$ , зігнутий у вигляді квадрата і кінці його замкнуті. Квадрат розміщений в однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,1 \text{ Тл}$ , так, що його площина перпендикулярна до ліній поля. Визначити кількість електрики, яка протече по провіднику, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнути в лінію.

**6.35.** На відстані  $a = 1 \text{ м}$  від довгого прямого провідника зі струмом  $I = 10 \text{ А}$  розташоване кільце, радіус якого  $r = 1 \text{ см}$ . Кільце розташоване так, що потік, який пронизує кільце, максимальний. Чому дорівнює кількість електрики, яка протече по кільцю, якщо струм в провіднику виключити? Опір кільця  $R = 10 \text{ Ом}$ . Магнітне поле в межах кільця вважати практично однорідним.

**6.36.** По довгому прямому провіднику протікає струм. Біля провідника розташована квадратна рамка із тонкого проводу, опір якого  $R = 0,02 \text{ Ом}$ . Провідник знаходиться в площині рамки і паралельний до двох її сторін, відстань до яких дорівнює  $a_1 = 10 \text{ см}$  і  $a_2 = 20 \text{ см}$  відповідно. Знайти силу струму в провіднику, якщо при

його виключенні через рамку протекла кількість електрики  $q = 6,93$  мкКл.

**6.37.** Короткозамкнутий виток дроту, опір якого  $R = 0,5$  Ом , має квадратну форму із стороною  $a = 10$  см. Виток розташували в однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 50$  мТл. Вектор  $\vec{B}$  перпендикулярний площині витка. Потім витку надали форму кола, не розтягуючи дріт, а тільки деформуючи його. Який заряд протече через поперечний переріз дроту в результаті такої деформації витка?

**6.38.** Між полюсами електромагніту розміщена невелика котушка так, що осі котушки і полюсних кінців магніту співпадають . Площа поперечного перерізу котушки  $S = 3$  мм<sup>2</sup>, число витків  $N = 60$ . При повороті котушки на  $180^\circ$  через балістичний гальванометр, що включений послідовно з котушкою , протікає заряд  $q = 4,5$  мкКл. Визначити напруженість поля  $H$  між полюсами. Опір котушки, гальванометра і з'єднувальних проводів разом складають  $R = 40$  Ом.

**6.39.** В накоротко замкнуту котушку один раз швидко, а другий раз повільно вставляють магніт. а) Чи однакова кількість електрики індукується в котушці в першому і другому випадку? б) Чи однакову роботу проти електромагнітних сил виконує сила руки, яка всовує магніт в цих випадках?

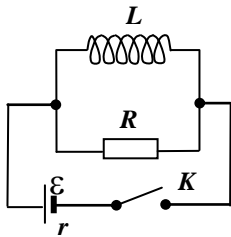


Рис. 6.13

**6.40.** Паралельно з'єднана котушка, індуктивність якої  $L = 0,01$  Гн, і опір  $R = 10$  Ом підключені через ключ К до батареї з е.р.с.  $\mathcal{E} = 12$  В і внутрішнім опором  $r = 2$  Ом (рис. 6.13). В початковий момент часу ключ К розімкнутий і струму в колі немає. Який заряд протече через опір  $R$  після замикання ключа? Опором котушки знехтувати.

**6.41.** Для вимірювання магнітної проникності заліза був виготовлений тороїд з цього матеріалу завдовжки 50 см по периметру та площею поперечного перерізу 4 см<sup>2</sup>. Осердя тороїда спочатку

розмагнічене. Одна з обмоток тороїда має 500 витків і була підключена до джерела струму. Інша обмотка має 100 витків і була підключена до гальванометра. Переключаючи напрямку струму у першій обмотці на протилежний отримаємо у другій обмотці індуктивний струм. Знайти магнітну проникність заліза, якщо відомо, що кількість електрики, яка пройшла через гальванометр дорівнює 2,5 мКл при переключенні у першій обмотці напрямку струму, сила якого 1 А. Опір другої обмотки дорівнює 40 Ом.

**6.42.** На дерев'яний циліндр, довжина якого  $l = 20$  см значно більша його діаметру, навиті щільно одна на одну дві мідні обмотки із мідного проводу, переріз якого  $S = 2$  мм<sup>2</sup>. Одна із обмоток замкнута накоротко. Яка кількість електрики індукується в ній, якщо другу обмотку під'єднати до джерела струму з е.р.с.  $\mathcal{E} = 2$  В і дуже малим внутрішнім опором?

**6.43.** За допомогою реостата рівномірно збільшують силу струму в контурі на  $\Delta I = 0,1$  А за секунду. Індуктивність котушки  $L = 0,01$  Гн. Знайти середнє значення е.р.с. самоіндукції.

**6.44.** Індуктивність котушки  $L = 0,002$  Гн. Струм, частота якого  $f = 50$  Гц, протікає котушкою і змінюється за гармонічним законом. Чому дорівнює середнє значення е.р.с. самоіндукції, яка виникає за інтервал часу  $\Delta t$ , на протязі якого струм в котушці змінюється від мінімального до максимального значення? Амплітудне значення сили струму  $I = 10$  А.

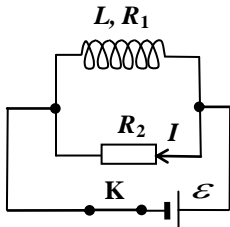


Рис. 6.14

**6.45.** Котушка, індуктивність якої  $L = 6$  мГн, активний опір  $R_1 = 0,5$  Ом, паралельно з'єднана з провідником, опір якого  $R_2 = 2,5$  Ом. По провіднику протікає струм  $I = 1$  А (рис. 6.14)

Визначити кількість електрики, яка буде індукована в котушці при розмиканні кола ключем К.

**6.46.** Котушка, яка намотана в один шар на немагнітний циліндричний каркас, має  $N = 750$  витків і індуктивність  $L_1 = 25$  мГн. Щоб збільшити індуктивність котушки до  $L_2 = 36$  мГн, обмотку з котушки зняли і замінили обмоткою із більш тонкого проводу в один шар з таким розрахунком, щоб довжина котушки залишилась попередньою. Скільки витків стало в котушці після перемотки?

**6.47.** Визначити індуктивність двопровідної лінії на ділянці довжиною  $l = 1$  км. Радіус проводу  $R = 1$  мм, відстань між осьовими лініями  $d = 0,4$  м.

**6.48.** Соленоїд, переріз якого  $S = 5$  см<sup>2</sup>, містить  $N = 1200$  витків. Індукція магнітного поля всередині соленоїда при струмі  $I = 2$  А дорівнює  $B = 0,01$  Тл. Визначити індуктивність соленоїда.

**6.49.** Соленоїд містить  $N = 1000$  витків. Переріз осердя соленоїда  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Обмоткою протікає струм, який створює всередині поле, індукція якого  $B = 1,5$  Тл. Визначити середнє значення е.р.с., яке виникає на затискачах соленоїда, якщо струм зменшується до 0 за час  $t = 5 \cdot 10^{-2}$  с.

**6.50.** Дві котушки розташовані на великій відстані одна від одної. Коли сила струму в першій котушці змінюється із швидкістю  $\Delta I / \Delta t = 5$  А/с, у другій котушці виникає е.р.с. індукції  $\mathcal{E}_i = 0,1$  В. Визначити коефіцієнт взаємної індукції котушок.

**6.51.** По сусідству розташовані 2 витки із проводу. По одному із них протікає струм силою  $I = 10$  А. В коло другого витка ввімкнений балістичний гальванометр. Повний опір цього кола  $R = 5$  Ом. Чому дорівнює взаємна індуктивність витків, якщо при включенні струму  $I$  в першому витку через гальванометр протікає заряд  $q = 10$  нКл?

**6.52.** Із проводу, радіус якого  $a = 1$  мм, виготовлена прямокутна рамка, довжина якої  $l = 10$  м значно більша ширини  $b = 0,1$  м (ширина виміряна між осями сторін рамки). Знайти індуктивність  $L$  рамки. Рамка знаходиться в повітрі. Магнітним полем всередині проводу знехтувати.

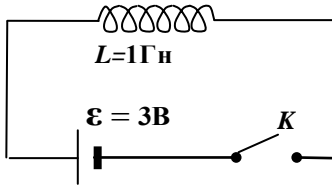


Рис.6.15

**6.53.** Як буде змінюватись з часом сила  $I$  струму в колі, параметри якого показані на рис. 6.15, після того, як ключ  $K$  буде замкнутий? Омічним опором всього кола на початковій стадії процесу встановлення струму можна знехтувати.

**6.54.** Для визначення взаємної індуктивності  $M_{12}$  обмоток трансформатора виконують наступний дослід. Первинна обмотка через опір  $R_1$  підключається до джерела постійної напруги  $\mathcal{E}$ . В коло вторинної обмотки включається балістичний гальванометр  $G$ , який вимірює повний заряд  $Q$ , що протікає у вторинному контурі. Опір  $R_2$  вторинного контуру відомий. Знайти  $M_{12}$ .  
Прийняти:  $R_1 = 1000$  Ом,  $\mathcal{E} = 100$  В,  $R_2 = 50$  Ом,  $Q = 1$  мКл.

**6.55.** Всередині тонкого повітряного соленоїда знаходиться маленька плоска котушка з числом витків  $N_1 = 20$  і площею витка  $S_1 = 4$  см<sup>2</sup>, обмоткою якої протікає струм  $I_1 = 0,5$  А. Довжина соленоїда  $l_2 = 0,5$  м, число витків  $N_2 = 5000$  витків. Визначити магнітний потік, який посилає поле котушки через обмотку соленоїда..

**Вказівка.** Використати теорему про рівність взаємних індуктивностей.

**6.56.** На одне осердя намотані дві котушки. Індуктивності котушок окремо відповідно дорівнюють  $L_1 = 0,4$  Гн і  $L_2 = 0,9$  Гн.



Чому дорівнює взаємна індуктивність  $M_{12}$  котушок? Розсіюванням магнітного поля знехтувати.

**6.57.** Два колових витка із струмом  $I_1$  і  $I_2$ , радіуси яких  $R_1$  і  $R_2$ , розташовані так, що їхні центри співпадають, а нормалі утворюють кут  $\alpha$ . Знайти їх взаємну індуктивність  $M_{12}$ , якщо  $R_2 \ll R_1$ .

**6.58** Дві котушки, індуктивності яких  $L_1$  і  $L_2$  з'єднані послідовно одна з одною. Визначити їх спільну індуктивність  $L$  у випадках їхнього взаємного розташування, як показано на рис.6.16. Взаємна індуктивність у випадку, показаному на рис.6.16а, дорівнює  $M_{12} > 0$ .

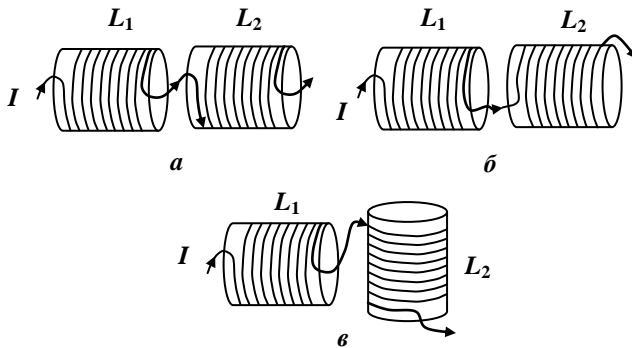


Рис. 6.16

**6.59.** Знайти взаємну індуктивність  $M_{12}$  двох витків, радіуси яких  $R_1$  і  $R_2$ , а центри їхні лежать на осі  $x$  на відстані  $l$  один від одного ( $l \gg R_1, R_2$ ). Вектори нормалей до площини витків направлені вздовж осі  $x$ .

**6.60.** На рис. 6.17. приведений графік залежності струму через дросель при підключенні його до джерела постійного струму.

Обмотка дроселя складається із мідного проводу з площею перерізу  $S = 1 \text{ мм}^2$ , діаметр осердя дорівнює  $d = 5 \text{ см}$ . Опором всіх частин кола, крім обмотки дроселя, можна знехтувати. Визначити через  $t = 0,525 \text{ с}$  після включення струму через дросель:

- а) індукцію магнітного поля в осерді дроселя;
- б) магнітну проникність матеріалу осердя.

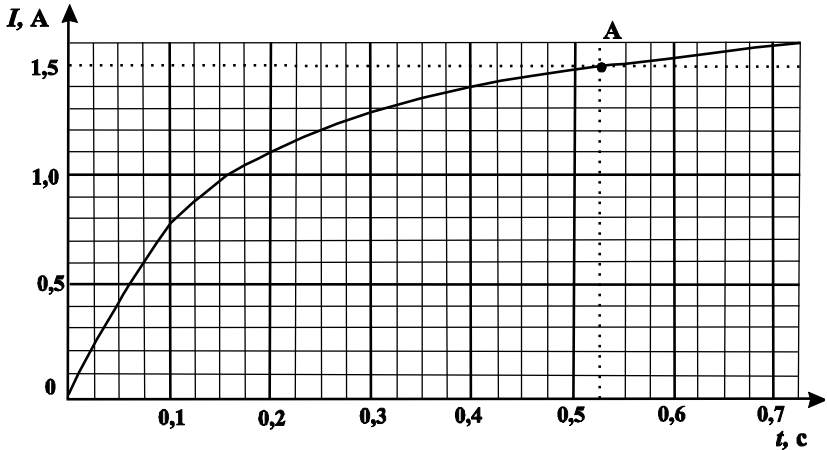


Рис. 6.17

## 7. ВІДПОВІДІ

### 7.1. Електростатичне поле у вакуумі

- 1.11.  $9 \text{ кН}$ .
- 1.12.  $4,2 \cdot 10^{42}$ .
- 1.13.  $23 \text{ нН}$ .
- 1.14.  $q = 13462,7 \text{ Кл}$ .
- 1.15.  $a = 2,53 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2$ .

1.16. Посередині відрізка, який з'єднує обидва заряди;  
 $q' = -q/4$ .

1.18.  $q' = -q/\sqrt{3}$ .

1.19.  $Q = q\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right)$ .

1.22. а)  $\varphi = 6q/(4\pi\epsilon_0 a)$ ,  $\vec{E} = 0$ ; б)  $\varphi = 0$ ,  $\vec{E} = 0$ .

1.23. Так, є.  $\varphi(x, y, z) = -(ax + by + cz) = -\vec{E}\vec{r}$

1.24.  $E = ax, \rho = a\epsilon_0$ .

1.25. Не може.

1.26. Не може.

1.27.  $E = 6 \text{ В/м}$ ,  $\alpha \approx 132^\circ$ .

1.28. а)  $E = 2\sqrt{6} \text{ В/м}^2$ , б)  $\gamma \approx 145^\circ$ .

1.29.  $\vec{E} = -\vec{a}$ .

1.30. а)  $\vec{E} = -2a(x\vec{i} - y\vec{j})$ ;

б)  $\vec{E} = -2a(y\vec{i} + x\vec{j})$ ,  $\vec{i}$  і  $\vec{j}$  – орти осей  $x, y$ .

1.31.  $1 \text{ В/м}$ .

1.32.  $0$ .

1.34. а)  $E_n \approx 100 \text{ В/м}$ ; б)  $\Phi_E = 40,6 \text{ В/м}$ .

1.35.  $\rho = (1 + 4y + 9z^2)\epsilon_0$ .

1.36.  $\rho = 3\alpha\varepsilon_0$ ;  $\Phi_E = 3\alpha V$ .

1.37.  $\rho = 4\varepsilon_0 ar$ .

1.38.  $E_x = \rho x / \varepsilon_0$  при  $|x| < a/2$ ;

$$E_x = \rho a / (2\varepsilon_0) \text{ при } x > a/2 \text{ i}$$

$$E_x = -\rho a / (2\varepsilon_0) \text{ при } x < -a/2.$$

$$\varphi(x) = -\frac{\rho x^2}{2\varepsilon_0} \text{ при } |x| \leq a/2;$$

$$\varphi(x) = -\frac{\rho a}{2\varepsilon_0} \left(x - \frac{a}{4}\right) \text{ при } x \geq a/2;$$

$$\varphi(x) = \frac{\rho a}{2\varepsilon_0} \left(x + \frac{a}{4}\right) \text{ при } x \leq -a/2.$$

1.39.  $\rho = 0,443 \text{ пКл/м}^3$ .

1.41.  $E \approx (\varphi_1 - \varphi_2) / l = 10 \text{ В/м}$ , вектор  $\vec{E}$  направлений від площини 2 до площини 1.

1.42.  $E_A = -50 \text{ В/м}$ ,  $E_B = 150 \text{ В/м}$ ,  $E_C = 50 \text{ В/м}$ .

1.43. а)  $\sigma_1 > |\sigma_2|$ ; б)  $\varphi_4 - \varphi_3 = -400 \text{ В}$ .

1.44.  $a = \sqrt{3}b$ ,  $r = 2b$ ,  $\varphi = 60^\circ$ .

1.45.  $E = \frac{\lambda a}{2\pi\varepsilon_0 r \sqrt{a^2 + r^2}}$  а)  $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ ;

$$в) E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \text{ де } q = 2a\lambda$$

$$1.46. E = \frac{2\lambda_1 d}{\pi\epsilon_0(4h^2 + d^2)} = 100 \text{ В/м.}$$

$$1.47. \Delta\varphi = \frac{R_1\sigma_1}{\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} \approx 108 \text{ В.}$$

$$1.48. E(r) = \frac{R_1\sigma_1 + R_2\sigma_2}{\epsilon_0 r} \approx 0,18 \text{ МВ/м.}$$

$$1.49. E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 - a^2}}; \quad \text{при } r \gg a \text{ напруженість -}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$1.50. E = \frac{\sqrt{2}\lambda}{4\pi\epsilon_0 x}. \text{ Вектор } \vec{E} \text{ направлений під кутом } 45^\circ \text{ до}$$

нитки.

$$1.51. E_m = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 a} = 7,2 \text{ кВ/м.}$$

$$1.52. E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 a} \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1|\lambda_2|} = 200 \text{ В/м.}$$

$$1.53. E = \frac{\lambda\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a} = 100 \text{ В/м.}$$

$$1.54. E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 200 \text{ В/м.}$$

1.55.  $\Delta\varphi = 150 \text{ В}$ .

1.56.  $E = \frac{\lambda\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 R}$ .

1.57.  $E = 0$ .

1.58.  $|\Phi| = \lambda R / (2\epsilon_0) = 50 \text{ Вм}$ .

1.59.  $E = \frac{qb}{8\pi^2\epsilon_0 R^3}$ , вектор  $\vec{E}$  направлений від центра кільця вздовж лінії, яка з'єднує центр кільця з прорізом.

1.60.  $\varphi = \frac{q}{2\pi\epsilon_0(b^2 - a^2)} (\sqrt{b^2 + x^2} - \sqrt{a^2 + x^2})$ ,

$$E_x = \frac{qx}{2\pi\epsilon_0(b^2 - a^2)} \left( \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{\sqrt{b^2 + x^2}} \right).$$

При  $|x| \gg b$  – поле точкового заряду.

1.61.  $E_A = 33,6 \text{ В/м}$ .

1.62.  $F = \frac{\pi\sigma_1|\sigma_2|R^2}{2\epsilon_0} = 44 \text{ мН}$ .

1.64.  $\vec{E} = 0$ ,  $\varphi = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} = 20 \text{ В}$ .

1.65.  $E = qS / (16\pi^2\epsilon_0 R^4)$ , вектор  $\vec{E}$ , направлений від центра сфери вздовж лінії, яка з'єднує центр сфери і отвір.

1.66.  $q = 5,92 \cdot 10^5 \text{ Кл}$ ,  $\varphi = 8,2 \cdot 10^8 \text{ В}$ .

$$1.67. \quad \varphi = \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R} = 10^5 \text{ В}, \quad \vec{E} = 0.$$

$$1.68. \quad E = \sigma / (8\epsilon_0).$$

$$1.69. \quad \vec{E} = \frac{\rho}{3} \vec{a}, \text{ де } \vec{a} = \overrightarrow{OO'}.$$
 Поле однорідне.

$$1.70. \quad 1) A = 0; \quad 2) A = q_1 / (\pi\epsilon_0 l).$$

$$1.71. \quad A = q\vec{E}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1).$$

$$1.72. \quad A = 2 pE.$$

$$1.73. \quad A = \frac{qP}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 5,75 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} = 360 \text{ еВ}.$$

## 7.2. Діелектрики та провідники в електричному полі

$$2.18. \quad P = (\epsilon - 1)D/\epsilon = 12 \text{ нКл/м}^2.$$

$$2.18. \quad \text{а) } \rho' = -12a, \quad \rho = 18a; \quad \text{б) } \epsilon = 3.$$

$$2.20. \quad \text{а) зменшується в } \epsilon \text{ раз;} \quad \text{б) не змінюється;}$$

$$\text{в) зменшується в } \epsilon \text{ раз.}$$

$$2.21. \quad \text{а) } E = 50 \text{ В/м}, \quad D = 0,88 \text{ нКл/м}^2; \quad \text{б) } P = 0,44 \text{ нКл/м}^2;$$

$$\text{в) } \sigma' = \pm 0,44 \text{ нКл/м}^2.$$

$$2.22. \quad E_2 = 5,2 \hat{A}\hat{i}; \quad \alpha_2 = 106^\circ; \quad \sigma' = -64 \text{ пКл/м}^2.$$

- 2.23.  $\sigma = 5,3 \text{ мкКл/м}^2$ ;  $\sigma' = 4,4 \text{ мкКл/м}^2$ .
- 2.25.  $\sigma'_{\text{max}} = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E = 3,5 \text{ нКл/м}^2$ ;  $\sigma' = \sigma'_{\text{max}} / 2 = 1,75 \text{ нКл/м}^2$ .
- 2.26.  $q' = \pi \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) R^2 E = 15 \text{ пКл}$ .
- 2.27.  $P = 2,39 \text{ нКл/м}^2$ , кут між вектором  $\vec{P}$  і напрямком нормалі до площини пластинки дорівнює  $106^\circ$ .
- 2.28.  $\sigma' = -5,22 \text{ нКл/м}^2$ .
- 2.29.  $|\vec{D}| = 0,468 \text{ нКл/м}^2$ , кут між вектором  $\vec{D}$  і напрямком нормалі до поверхні пластинки дорівнює  $101^\circ$ .
- 2.30.  $|\vec{E}| = 263 \text{ В/м}$ . Кут між вектором  $\vec{E}$  і напрямком нормалі до поверхні пластинки дорівнює  $116,6^\circ$ .
- 2.31.  $\sigma' = -13,34 \text{ нКл/м}^2$ .
- 2.32.  $94^\circ$ .
- 2.33.  $\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2} |\vec{D}| \cos \alpha = -11,5 \text{ нКл/м}^2$ .
- 2.34.  $|\vec{E}| = 1619 \text{ В/м}$ , кут між вектором  $\vec{E}$  і напрямком нормалі до поверхні пластинки дорівнює  $173^\circ$ .
- 2.35.  $q'_{\text{аіодд.}} = -q(\varepsilon - 1)/\varepsilon$ ,  $q'_{\text{стаі.}} = q(\varepsilon - 1)/\varepsilon$ .



$$2.36. \quad \vec{P} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{4\pi r^3} \vec{r}; \quad q' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q.$$

$$2.37. \quad E = 5,2 \text{ kV/m}; \quad \alpha = 74^\circ; \quad \sigma' = 64 \text{ nC/m}^2.$$

$$2.38. \quad \Phi_E = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \pi R^2 E_0 \cos \alpha = 5,4 \text{ kV}\cdot\text{m}.$$

$$2.39. \quad \oint_{\vec{A}} \vec{D} d\vec{l} = -(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E_0 l \sin \alpha = -5,3 \text{ nC}.$$