

4.13. Дві електромагнітні хвилі однакової частоти додаються завжди (тобто при любых фазових співвідношеннях) так, що інтенсивність результуючого коливання дорівнює сумі інтенсивностей коливань, які додаються. В якому випадку це можливо?

4.14. Визначити довжину l_1 відрізка, на якому вкладається стільки ж довжин хвиль у вакуумі, скільки їх вкладається на відрізку $l_2 = 3$ мм у воді.

4.15. Який шлях l_1 пройде фронт хвилі монохроматичного світла у вакуумі за той же самий час, за який він проходить шлях довжиною $l_2 = 1$ м у воді?

4.16. На яку величину a зміниться оптична різниця ходу променів, які інтерферують, при переході від середини однієї інтерференційної смуги до середини сусідньої.

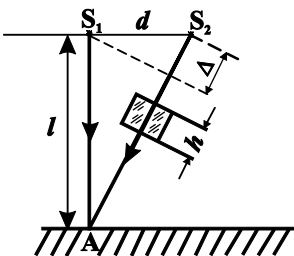


Рис. 4.13

4.17. Два когерентних джерела хвиль ($\lambda = 0,5$ мкм) S_1 та S_2 знаходяться на відстані $d = 2$ мм один від одного. За два метра від лінії, що з'єднує джерела, знаходиться екран ($l = 2$ м). Точка А (рис. 4.13) розташована так, що промінь S_1A перпендикулярний до площини екрана. Визначити: 1) що буде спостерігатись в точці А – підсилення чи послаблення хвиль? 2) що буде спостерігатись у точці А, якщо на шляху променя S_2A перпендикулярно до нього поставити скляну плоско – паралельну пластинку, товщина якої $10,5$ мкм, а показник заломлення $1,5$?

4.18. Антена з двох синфазних вібраторів, відстань між якими 10 м, випромінює радіохвилі, довжина хвилі яких 1 м. Яка відстань між максимумами напруженості електричного поля в площині, що розташована на відстані 150 м від антени?

4.19. Для здійснення протилокаційного маскування об'єктів на їх поверхню наносять тонке покриття з магнітодіелектриків, забезпечуючи тим самим інтерференційне послаблення відбитих

радіохвиль. Визначити мінімальну товщину покриття спресованого карбонільного заліза ($\mu = 8$; $\epsilon = 4$), нанесеного на об'єкт, який опромінюється радіохвилями з довжиною хвилі 3,2 см.

4.20. На якій відстані від радіолокаційної станції (РЛС) ціль, що летить на висоті 200 м, попадає в перший інтерференційний максимум поля? Висота антени РЛС 3 м, радіолокатор працює на хвилі, довжина якої 40 см. Яка відстань між першим та другим максимумами напруженості поля у площині, яка знаходиться від антени на тій самій відстані, що і ціль?

4.21. Дві однакові радіомачти, відстань між якими $d = 400$ м, працюють синфазно на частоті $\nu = 1,5$ МГц В яких напрямках будуть спостерігатись максимуми випромінювання?

4.22. Два джерела, які знаходяться на відстані d одне від другого, випромінюють електромагнітні хвилі, довжина яких λ , в напрямку кута θ до віддаленого приймача (рис. 4.14).

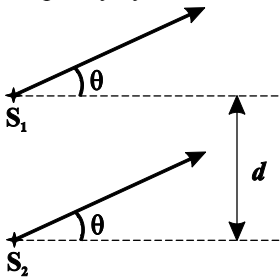


Рис. 4.14

1) Визначити різницю фаз коливань в місці розташування приймача. Розглянути два випадки: а) джерела коливаються синфазно? б) коливання джерел зміщені по фазі на φ_0 .

2) Визначити залежність інтенсивності результуючого коливання в приймачі від кута θ в загальному випадку і при умові, що: а) $d = \lambda/2$, $\varphi_0 = \pi$ і б) $d = \lambda/4$, $\varphi_0 = \pi/2$. Вважати, що джерела мають однакову потужність, і інтенсивність випромінювання I_0 , яку сприймає приймач у випадку, коли працює тільки одне джерело, відома.

3) Знайти приблизний вираз для сумарної інтенсивності коливань в точці знаходження приймача при умові, що відстань між джерелами $d \ll \lambda$. Розглянути два випадки: а) $\varphi_0 = 0$ і б) $\varphi_0 = \pi$. Побудувати відповідні полярні діаграми направленості випромінювання джерел.

4.23. У скільки разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані у досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр ($\lambda_1 = 500$ нм) замінити на червоний ($\lambda_2 = 650$ нм).

4.24. У досліді Юнга отвори освітлювались монохроматичним світлом ($\lambda = 600$ нм). Відстань між отворами $d = 1$ мм, відстань від отворів до екрану $l = 3$ м. Знайти розташування трьох перших світлих смуг відносно центру інтерференційної картини на екрані.

4.25. Відстань між двома щілинами в досліді Юнга дорівнює 1 мм відстань від щілин до екрана дорівнює 3 м. Визначити довжину хвилі світла, що випромінюється джерелом монохроматичного світла, якщо ширина смуг на екрані дорівнює 1,5 мм.

4.26. В досліді Юнга відстань між щілинами дорівнює 0,8 мм. На якій відстані від щілин треба розташувати екран, щоб ширина інтерференційної смуги була 2 мм ($\lambda = 0,64$ мкм)?

4.27. В досліді Юнга на шляху одного із інтерферуючих променів знаходилась тонка скляна пластинка внаслідок чого центральна світла смуга змістилась у положення, попередньо зайняте п'ятою світлою смугою (не рахуючи центральної). Показник заломлення пластинки 1,5, довжина хвилі $6 \cdot 10^{-7}$ м. Визначити товщину пластинки.

4.28. Пучок лазерного випромінювання з $\lambda_0 = 632,8$ нм падає нормально на перешкоду з двома вузькими паралельними щілинами. На екрані, який встановлений за перешкодою, спостерігається система інтерференційних смуг. В яку сторону і на яке число смуг зміститься інтерференційна картина, якщо одну із щілин перекрити прозорою пластинкою, товщина якої $a = 10,0$ мкм і виготовлена вона з матеріалу, який має показник заломлення $n = 1,633$?

4.29. Відстань від біпризми Френеля до вузької щілини та екрана відповідно дорівнює $r = 25$ см і $a = 100$ см. Біпризма скляна із заломним кутом $\alpha = 20'$. Знайти довжину хвилі світла, якщо ширина інтерференційної смуги на екрані $\Delta x = 0,55$ мм.

4.30. На рисунку 4.15. зображена інтерференційна схема з біпрізмою Френеля. Відстань від джерела світла S до біпрізми $r = 0,3$ м, відстань від біпрізми до екрану $a = 0,7$ м. Показник заломлення біпрізми $n = 1,5$. Довжини хвилі світла $\lambda_0 = 500$ нм. Визначити: а) при якому значенні заломного кута призма α ширина Δx інтерференційних смуг, які спостерігаються на екрані, буде дорівнювати $0,4$ мм; б) максимальне число смуг, яке можна спостерігати в даному випадку.

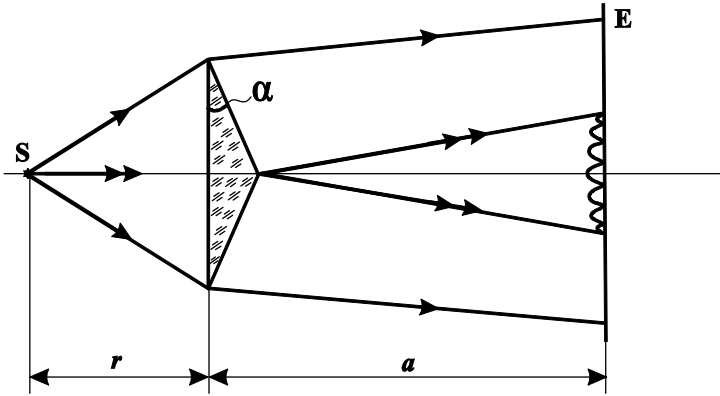


Рис. 4.15

4.31. Заломний кут біпрізми Френеля $\alpha = 3'26''$. Між точковим джерелом монохроматичного світла ($\lambda = 0,500$ мкм) і біпрізмою розміщена лінза таким чином, що ширина інтерференційних смуг не залежить від відстані екрана до біпрізми. Знайти відстань між сусідніми темними смугами, якщо показник заломлення скла біпрізми $n = 1,5$. Знайти максимальне число смуг інтерференції N , яке може спостерігатись в цій установці, якщо екран віддалений від біпрізми на відстань $L = 5$ м.

4.32. При якому положенні екрана в установці, що описана в задачі 4.31, буде спостерігатись максимальне число інтерференційних смуг, якщо відстань між вершинами заломних кутів біпрізми складає $l = 4$ см? Визначити це число смуг N . При якому положенні екрану інтерференційні смуги щезнуть?

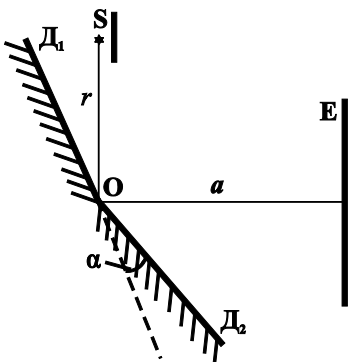


Рис. 4.16

цьому випадку.

4.34. Визначити відстань x між центром картини і п'ятою світлою смугою в установці із дзеркалами Френеля (рис. 4.17). ($\alpha = 20'$, $r = 10$ см, $a = 1$ м для $\lambda = 5890 \text{ \AA}$. Промені, які інтерферують, падають на екран приблизно перпендикулярно.

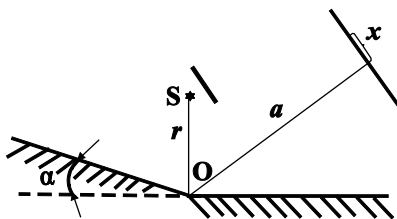


Рис. 4.17

4.35. Плоска світлова хвиля падає на білдзеркала Френеля, кут між якими $\alpha = 2'$. Визначити довжину хвилі світла, якщо ширина інтерференційної смуги на екрані $\Delta x = 0,55$ мм.

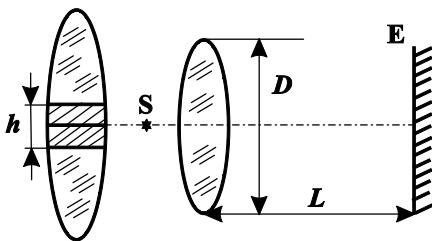


Рис. 4.18

4.36. Із тонкої лінзи, фокусна відстань якої $F = 50$ см, вирізана центральна частина, ширина якої h , так, як показано на рис. 4.18. Обидві половини лінзи зсунуті до дотику. З однієї сторони лінзи розміщене точкове джерело

монохроматичного світла ($\lambda = 6000 \text{ \AA}$) S (див. рис. 4.18). З протилежної сторони лінзи розміщений екран, на якому спостерігаються смуги інтерференції. Відстань між сусідніми світлими смугами $\Delta x = 0,5 \text{ мм}$ і вона не змінюється при переміщенні екрана вздовж оптичної осі. Визначити h .

4.37. При якому положенні екрана в установці, яка описана в задачі 4.36, інтерференційні смуги щезнуть, якщо діаметр лінзи $D = 6 \text{ см}$. При якому положенні екрану число інтерференційних смуг буде максимальним і чому буде дорівнювати це число смуг?

4.38. Темною чи світлою буде у відбитому світлі мильна плівка, товщина якої $d = \lambda/10$? Плівка знаходиться у повітрі.

4.39. При яких товщинах d плівки щезнуть інтерференційні смуги при освітленні її світлом з довжиною хвилі $\lambda = 0,600 \text{ мкм}$? Показник заломлення плівки $n = 1,5$.

4.40. Зимою на склі вікон міського транспорту утворюється плівка льоду, яка надає зеленого відтінку всьому, що видно через вікна. Оцінити, яка найменша товщина цих плівок (показник заломлення льоду прийняти за $n = 1,33$).

4.41. На тонку плівку ($n = 1,33$) в повітрі падає нормально паралельний пучок білого світла. При якій товщині плівки відбите світло буде мати найбільше жовтий колір ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$)?

4.42. Знайти мінімальну товщину плівки з показником заломлення 1,33 у повітрі, при якій світло з довжиною хвилі 0,64 мкм, що падає нормально на плівку, зазнає максимального підсилення при відбиванні, а світло з довжиною хвилі 0,4 мкм – максимального ослаблення при відбиванні.

4.43. Для зменшення втрат світла із-за відбивання від поверхні скла його покривають тонким шаром речовини з показником заломлення $n' = \sqrt{n}$, де n – показник заломлення скла. В цьому

випадку амплітуда світлових коливань, які відбиті від обох поверхонь такого шару, будуть однаковими. При якій товщині цього шару в напрямку нормалі до нього відбиття світла не буде? Довжина хвилі світла λ .

4.44. На поверхню скляного об'єктива ($n_1 = 1,5$) нанесена тонка плівка, показник заломлення якої $n_2 = 1,2$ („просвітлююча” плівка). При якій найменшій товщині цієї плівки буде максимальне ослаблення відбитого світла в середній частині видимого спектру?

4.45. Плоска світлова хвиля, довжина якої $\lambda_0 = 0,6$ мкм у вакуумі, падає нормально на прозору плівку з показником заломлення $n = 1,33$. При якій товщині d плівки відбита хвиля буде мати а) максимальну, б) мінімальну інтенсивність?

4.46. Плоскопаралельна пластинка з показником заломлення $n = 1,50$ освітлюється паралельним пучком монохроматичного світла ($\lambda = 0,59$ мкм). При поступовому збільшенні кута падіння променів α інтерференційна картина у відбитому світлі змінюється. Відомо, що при зміні кута α в деякому інтервалі є тільки два значення $\alpha_1 = 30^\circ$ і $\alpha_2 = 34^\circ$, які відповідають максимальній інтенсивності відбитого світла. Визначити товщину пластинки.

4.47. Світло, довжина хвилі якого $\lambda = 0,6$ мкм, падає на тонку мильну плівку під кутом $\alpha = 30^\circ$. У відбитому світлі на плівці спостерігаються інтерференційні смуги. Відстань між сусідніми смугами дорівнює $\Delta x = 4$ мм. Показник заломлення мильної плівки $n = 1,33$. Вирахувати кут φ між поверхнями плівки.

4.48. На дуже тонку склянку пластинку ($n = 1,5$) нормально падає світло, довжина хвилі якого $\lambda = 0,58$ мкм. У відбитому світлі спостерігаються інтерференційні смуги. Відстань між сусідніми темними смугами $\Delta x = 5$ мм. Знайти кут між гранями пластинки.

4.49. Поверхні скляного клина ($n = 1,5$) створюють між собою кут $\varphi = 0,1'$. На клин нормально до його поверхні падає пучок

монохроматичних променів з довжиною хвилі $0,5 \text{ мкм}$. Знайти лінійну відстань між смугами інтерференції.

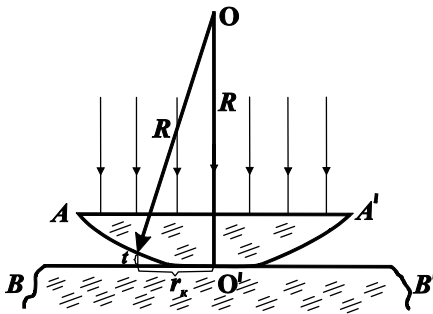


Рис. 4.19

4.50. На плоскій скляній поверхні BB' лежить плоско опукла лінза AA' , радіус кривизни опуклої поверхні якої R . Між лінзою та площиною створюється повітряний проміжок t . На лінзу нормально падає світло з довжиною хвилі λ . Знайти радіуси кільць (кільць Ньютона) інтерференційної картини, яка виникає.

4.51. На скляну пластину покладена випуклою стороною плоско-випукла лінза. При нормальному падінні на плоску сторону лінзи червоного світла ($\lambda = 610 \text{ нм}$) радіус 5-го світлого кільця Ньютона дорівнює $r_5 = 5 \text{ мм}$. Визначити: а) радіус кривизни випуклої сторони лінзи, б) радіус r_3 третього світлого кільця.

4.52. Відстань між п'ятим і двадцять п'ятим світлим кільцями Ньютона дорівнює $\Delta l = 9 \text{ мм}$. Радіус кривизни лінзи $R = 15 \text{ м}$. Знайти довжину хвилі монохроматичного світла, що падає нормально на установку. Спостереження ведеться у відбитому світлі.

4.53. Чому центр кільць Ньютона, що спостерігаються у відбитому світлі, як правило темний?

4.54. Знайти відстань Δl між двадцятим і двадцять першим світлим кільцями Ньютона, якщо відстань між другим і третім кільцем дорівнює 1 мм , а кільця спостерігаються у відбитому світлі.

4.55. При спостереженні кільць Ньютона у відбитому синьому світлі ($\lambda_c = 0,45 \text{ мкм}$) за допомогою плоско-опуклої лінзи, яка лежить на плоскій пластинці, радіус третього світлого кільця $r_3 = 1,06 \text{ мм}$. Після заміни синього світлофільтра на червоний радіус п'ятого

світлого кільця $r_5 = 1,77$ мм. Знайти радіус кривизни лінзи і довжину хвилі червоного світла.

4.56 Знайти радіус r центральної темної плями кільця Ньютона, якщо між лінзою і пластинкою налита бензол ($n = 1,5$). Радіус кривизни лінзи $R = 1$ м. Показники заломлення лінзи і пластинки однакові. Спостереження ведеться у відбитому жовтому світлі ($\lambda = 0,589$ мкм).

4.57. Кільця Ньютона отримуються між двома плоскоопуклими лінзами, які притиснуті одна до одної своїми опуклими поверхнями. Знайти радіус r_k ($k = 5$ -го темного кільця), якщо довжина світлової хвилі дорівнює $\lambda = 0,589$ мкм, а радіуси кривизни опуклих поверхонь лінз $R_1 = 1$ м і $R_2 = 1,2$ м . Спостереження ведеться у відбитому світлі.

4.58. Кільця Ньютона отримуються за допомогою плоскоопуклої лінзи, радіус кривизни якої $R_1 = 1$ м, що покладена на вгнуту сферичну поверхню з радіусом кривизни $R_2 = 1,2$ м. Кільця спостерігаються у відбитому світлі. Довжина хвилі світла $\lambda = 0,589$ мкм. Визначити радіус r_k ($k = 5$ -го темного кільця).

4.59. В деякій інтерференційній установці на шляху білого світла був один раз встановлений червоний, другий раз зелений світлофільтри. Смуга пропускання $\Delta\lambda$ в обох світлофільтрів однакова. В якому світлі – червоному чи зеленому – число чітких інтерференційних смуг буде більшим?

4.60. Показати, що в дослідах Френеля апертура променів, які інтерферують, для точки спостереження P , що лежить на краю інтерференційного поля, дорівнює $2\varphi \approx 2\alpha a / (r + a)$, де α – кут між дзеркалами, r – відстань від джерела світла S до лінії перетину дзеркал, a – відстань від лінії перетину дзеркал до екрану. Якщо $a \gg r$, то $2\varphi \approx 2\alpha$, тобто практично апертура інтерференції така ж, як і для центральної області інтерференційного поля.

4.61. Знайти апертуру інтерференції для дослідів з біпризмою Френеля.

4.62. Джерело світла, діаметр якого $d = 30$ см, знаходиться від місця спостереження на відстані $l = 200$ м. У випромінюванні джерела містяться довжини хвиль в інтервалі від 490 до 510 нм. Оцінити для цього випромінювання: а) час когерентності $t_{\text{ког}}$, б) довжину когерентності $l_{\text{ког}}$, в) радіус когерентності $\rho_{\text{ког}}$, г) об'єм когерентності $V_{\text{ког}}$.

4.63. Оцінити радіус когерентності $\rho_{\text{ког}}$ світла, яке приходить від Сонця на Землю. Довжина світлової хвилі $\lambda = 500$ нм.

4.64. Дротяна рамка, яка розташована вертикально, зтягнута мильною плівкою. При освітленні плівки зеленим світлом з $\lambda = 530$ нм і ступенем монохроматичності $\lambda/\Delta\lambda = 1000$ на верхній частині плівки спостерігались інтерференційні смуги однакової товщини. Оцінити товщину плівки.

4.65. При освітленні клиноподібної прозорої пластинки зеленим світлом ($\lambda = 550$ нм) на частині пластинки спостерігається 36 інтерференційних смуг (остання частина пластинки освітлена рівномірно). Яке число смуг буде спостерігатись, якщо освітити пластинку замість зеленого червоним світлом ($\lambda = 660$ нм), ступінь монохроматичності якого $\lambda/\Delta\lambda$ в 1,20 раз менша, ніж у зеленого світла?

4.66. Плоскопаралельна пластинка з показником заломлення $n \geq 1$ освітлюється лампою розжарення через червоний фільтр, смуга пропускання якого $\Delta\lambda \approx 0,2$ нм. Оцінити максимальну товщину пластинки, при якій відбиті промені ще будуть інтерферувати.

4.67. Інтерференційні смуги однакової товщини спостерігаються на повітряному клині між двома скляними пластинками з кутом при вершині $\varphi = 2'$. Смуги отримуються для світла зеленої лінії ртуті з довжиною хвилі $\lambda = 546,1$ нм, ширина якої $\Delta\lambda = 0,5 \text{ \AA}$. . Визначити: 1) відстань Δx між двома сусідніми

смугами; 2) відстань L від вершини клина до останньої смуги, яка спостерігалась би, якщо б розміри клина не були обмежені; 3) максимальну кількість смуг N , яку можна було би побачити при виконанні умови, що приведена в другому завданні.

4.68. Промені від джерела світла S (нитка розжарення) проходять через дві половинки збиральної тонкої лінзи, яку розрізали

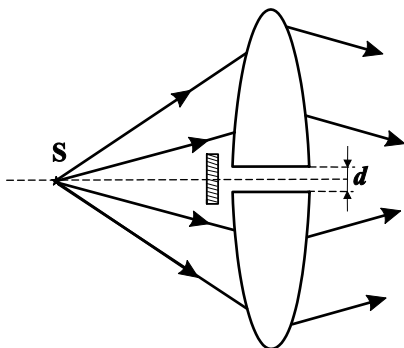


Рис.4.20

пополювині і половинки розсунули на відстань d (рис. 4.20.) При цьому на екрані отримуються інтерференційні смуги.

а) Пояснити їх походження.

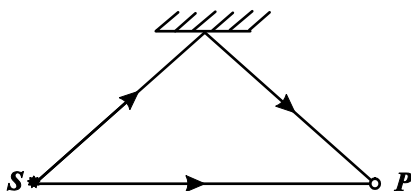
б) Визначити відстань на екрані між темними смугами інтерференції при таких даних: нитка знаходиться на відстані $a = 20$ см від розрізаної лінзи; фокусна відстань лінзи $F = 10$ см; половинки лінзи

розсунуті на відстань $d = 1$ мм; екран знаходиться на відстані $l = 450$ см від лінзи; довжина хвилі світла $\lambda = 0,5$ мкм.

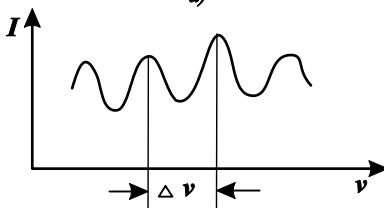
в) Який повинен бути діаметр нитки, щоб на екрані отримувалась інтерференційна картина?

г) Скільки інтерференційних смуг видно на екрані?

4.69. Два пучки білого світла від одного джерела приходять в точку P (рис. 4.21, а) з різницею ходу Δ . За допомогою спеціального приладу досліджується розподіл енергії в спектрі коливаний, які виникають в точці P при накладанні двох пучків. Результати досліджень



а)



б)

Рис. 4.21

показали, що в точці P спостерігається по чергово то максимуми то мінімуми спектральної інтенсивності $I(\nu)$, причому частотна відстань між сусідніми максимумами $\Delta\nu = 10$ МГц (рис. 4.21,б). Визначити різницю ходу Δ .

4.70. Задачу 4.3 розв'язати для випадку, коли біпризма склеїна із двох однакових призм з показниками заломлення $n_1=1,550$ і $n_2=1,568$.

5. ДИФРАКЦІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

5.1. Питання теми

1. Дифракція розбіжних променів. Метод зон Френеля. Дифракція від круглого отвору та круглого диска.
2. Дифракція паралельних променів. Дифракція від щілини.
3. Дифракційна ґратка та її основні характеристики. Дифракційні спектри.

5.2. Основні визначення та формули

1. Радіус зовнішньої границі k -ої зони Френеля для сферичної хвилі:

$$r_k = \sqrt{k\lambda \frac{ab}{a+b}}, \quad k=0,1,2,3,\dots, \quad (5.1)$$

де a – відстань від точкового джерела електромагнітної хвилі до діафрагми з круглим отвором, b – відстань від екрана до діафрагми, λ – довжина хвилі.

2. Радіус зовнішньої границі k -ої зони Френеля для плоскої хвилі ($a \rightarrow \infty$):

$$r_k = \sqrt{k\lambda b}. \quad (5.2)$$

3. Дифракція Фраунгофера від щілини, світло падає нормально. Умова мінімумів інтенсивності:

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (5.3)$$

де b – ширина щілини, φ – кут дифракції, k – порядок мінімумів, λ – довжина хвилі світла.

4. Дифракційна ґратка, світло падає нормально. Умова головних фраунгоферових максимумів:

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (5.4)$$

де d – стала (період) дифракційної ґратки, φ – кут дифракції, k – порядок основного максимуму, λ – довжина хвилі світла, $d = a + b$, a – непрозора, b – прозора частини періоду ґратки.

5. Кутова дисперсія дифракційної ґратки.

$$D_{\varphi} = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}. \quad (5.5)$$

Лінійна дисперсія дифракційної ґратки

$$D_l = D_{\varphi} \cdot F, \quad (5.6)$$

де F – фокусна відстань лінзи, яка проектує спектр на екран.

6. Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = k \cdot N, \quad (5.7)$$

де $\delta \lambda$ – найменша різниця довжин хвиль двох сусідніх спектральних ліній, які ще розрізняються окремо, λ – середнє значення довжини хвилі цих ліній, N – загальне число штрихів ґратки, k – порядок спектру.

5.3. Питання на самопідготовку

1. В чому суть явища дифракції?
2. Сформулювати і пояснити принцип Гюйгенса – Френеля.
3. Пояснити суть методу зон Френеля.
4. Пояснити утворення дифракційної картини від круглого отвору та круглого диску.
5. Застосування методу графічного складання амплітуд для якісного пояснення дифракційної картини.
6. Пояснити явище дифракції Фраунгофера на одній щілині.
7. Що представляє собою дифракційна ґратка?
8. Пояснити умову головних фраунгоферових максимумів при дифракції світла на дифракційній ґратці.
9. Як визначити максимальний порядок спектру, який може дати ґратка?
10. Дати визначення кутової та лінійної дисперсії дифракційної ґратки.
11. Як визначається роздільна здатність дифракційної ґратки? Чим визначається її величина?

5.4. Методичні вказівки

1. Дифракція – це сукупність явищ, які обумовлені хвильовою природою світла та спостерігаються при його поширенні у середовищі з різкими неоднорідностями. У більш вузькому значенні під дифракцією розуміють явище огинання хвилями перешкод, розміри яких порівняльні з довжиною хвилі.

2. Математичне точне розв'язання дифракційних задач на основі хвильового рівняння з граничними умовами, що залежать від характеру перешкод, як правило, складне. Тому застосовують приблизні методи розв'язання таких задач.

3. Розв'язати дифракційну задачу – це знайти відносний розподіл освітленості на екрані в залежності від розмірів та форм перешкод, що спричиняють дифракцію.

4. У випадку дифракції паралельних променів на одній щілині для максимумів не існує такого ж простого співвідношення, як для мінімумів (5.3). Іноді пишуть:

$$b \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; k = 1, 2, 3, \dots,$$

але це формула неточна, вона дає завищене значення для кута φ . При $k = 1$ похибка буде біля 5%, при збільшенні k похибка зменшується.

5.5. Приклади розв'язування задач

Задача 5.1. На діафрагму з круглим отвором, радіус якого $r = 1$ мм, падає нормально пучок світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ мкм. На шляху променів, які пройшли через отвір, розташовують екран. Визначити максимальну відстань b від центра отвору до екрана, при якій у центрі дифракційної картини ще спостерігається темна пляма.

Розв'язок. Відстань, при якій буде видно темну пляму, визначається числом зон Френеля, які вміщуються в отвір. Якщо число зон Френеля парне, то в центрі дифракційної картини буде темна пляма. Кількість зон Френеля, що вкладається в отвір зменшується з віддаленням екрана від отвору. Найменша парна кількість зон дорівнює двом.

Згідно (5.2)

$$r_2 = \sqrt{2b\lambda} = r.$$

звідки

$$b = r^2 / (2\lambda) = 1 \text{ м.}$$

Задача 5.2. Плоска монохроматична світлова хвиля, інтенсивність якої I_0 , падає нормально на непрозорий екран з круглим отвором. Яка інтенсивність світла I за екраном в центрі дифракційної картини, для якого отвір: а) дорівнює першій зоні Френеля; б) дорівнює внутрішній половині за площею першої зони; в) дорівнює першій зоні Френеля, яка закрита наполовину (по діаметру)?

Розв'язок. Задачу можна розв'язати якісно, використавши графічний метод додавання амплітуд (спіраль Архімеда, див. рис. 5.1). Дія всього хвильового фронту (всіх зон Френеля) визначається

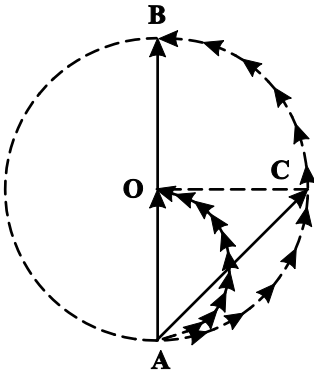


Рис. 5.1

модулем вектора \vec{AO} , тобто $|\vec{AO}| = E_1/2$, а це означає, що

$$I_0 = AO^2 = E_1^2/4.$$

а) Якщо отвір відкриває тільки першу зону Френеля, то дія хвильового фронту в точці спостереження визначається модулем вектора \vec{AB} , тобто $|\vec{AB}| = E_1$. Це означає, що інтенсивність в точці на екрані буде:

$$I = AB^2 = E_1^2 = 4I_0,$$

тобто збільшиться в 4 рази.

б) В цьому випадку дія хвильового фронту визначається модулем вектора \vec{AC} . Із трикутника AOC знаходимо, що

$$AC = \sqrt{2} AO = \frac{\sqrt{2}}{2} E_1.$$

Тоді інтенсивність в точці на екрані буде:

$$I = |\vec{AC}|^2 = \frac{E_1^2}{2} = 2I_0,$$

тобто збільшиться у два рази.

в) Якщо першу зону Френеля закрити по діаметру, то дія в точці на екрані від кожної підзони Френеля зменшиться удвічі, а це означає, що дія хвильового фронту в точці на екрані буде визначатись модулем вектора \vec{AO} . Тоді інтенсивність в точці на екрані буде

$$I = AO^2 = \left(\frac{E_1}{2}\right)^2 = I_0,$$

тобто буде дорівнювати інтенсивності падаючої хвилі.

Задача 5.3. На круглу діафрагму нормально падає паралельний пучок монохроматичного світла, інтенсивність якого I_0 . За діафрагмою знаходиться екран, на якому спостерігається дифракційна картина. Визначити інтенсивність світла в центрі дифракційної картини, якщо: а) радіус діафрагми r зменшити до $2/3$ радіуса першої зони Френеля; б) радіус діафрагми r дорівнює $0,8536 r_2$, де r_2 – радіус другої зони Френеля.

Розв'язок. Для розв'язання задачі скористаємось векторною

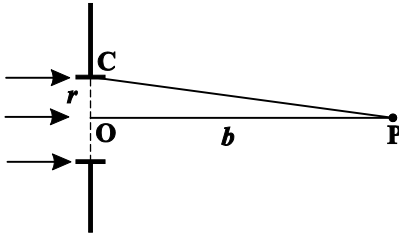


Рис. 5.2

діаграмою додавання амплітуд. Для цього необхідно визначити відповідні різниці фаз між коливаннями в центрі дифракційної картини (точка Р, рис. 5.2), які збуджуються хвилями, що приходять з центру діафрагми О і її краю С. Різниця ходу між цими хвилями $\Delta = CP - OP$ (рис. 5.2), або

$$\Delta = \sqrt{r^2 + b^2} - b.$$

Якщо врахувати, що $r \ll b$, то

$$\Delta = b\left(\left(1 + \frac{r^2}{b^2}\right)^{1/2} - 1\right) = b\left(1 + \frac{1}{2} \frac{r^2}{b^2} - 1\right) = \frac{r^2}{2b}.$$

Таким чином,

$$\Delta = \frac{r^2}{2b}. \quad (1)$$

Якщо $r = r_1$, де r_1 – радіус першої зони Френеля, то $\Delta = \lambda/2$, а різниця фаз $\Delta\varphi_1 = \pi$.

а) Якщо $r = \alpha r_1$, де $\alpha \in [0;1]$, тоді відповідна різниця фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(\alpha r_1)^2}{2b} = \frac{\pi r_1^2}{\lambda b} \alpha^2 = \alpha^2 \pi.$$

Як видно із векторної діаграми (рис. 5.3) інтенсивність світла в точці Р (рис. 5.2) буде визначатись амплітудою коливань, яка дорівнює величині вектора \overrightarrow{AC} . Легко показати, що в трикутнику АОС, кут АОС дорівнює $\alpha^2 \pi$. Тоді за теоремою косинусів

$$AC^2 = AO^2 + OC^2 - 2 AO \cdot OC \cdot \cos \alpha^2 \pi. \quad (2)$$

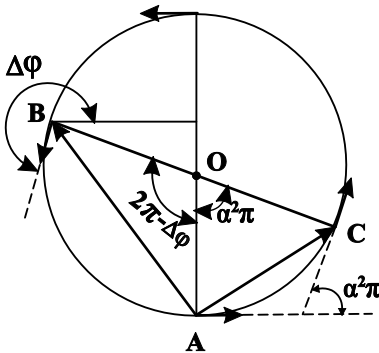


Рис. 5.3

Величина вектора \overrightarrow{AO} визначає амплітуду коливань в точці Р, якщо діафрагма відсутня. Тобто $AO^2 = I_0$. Трикутник АОС рівнобедрений, тому $AO = OC$, а значить $OC^2 = I_0$. Так як $AC^2 = I_p$, то співвідношення (2) запишеться так:

$$I_p = 2I_0(1 - \cos \alpha^2 \pi) = 4I_0 \sin^2 \frac{\alpha^2 \pi}{2}. \quad (3)$$

Користуючись формулою (3) можна визначити інтенсивність світла в точці Р, якщо радіус діафрагми складає якусь частину від радіуса першої зони Френеля.

Для нашої задачі $\alpha = 2/3$. Тоді

$$I_p = 4I_0 \sin^2 \frac{2\pi}{9} = 1,65 I_0.$$

Якщо, наприклад, $\alpha = 0,5$, то $I_p = 0,59 I_0$, а якщо $\alpha = 1$, то $I_p = 4 I_0$.

б) Для цього випадку радіус діафрагми повинен дорівнювати

$$r = r_1 + (r_2 - r_1)\alpha, \text{ де } \alpha \in [0,1].$$

Згідно формули (5.2) $r_2 = \sqrt{2}r_1$ і тоді

$$r = r_1(1 + (\sqrt{2} - 1)\alpha). \quad (4)$$

За формулою (1) різниця ходу в точці Р відповідних хвиль буде:

$$\Delta = \frac{r_1^2}{2b}(1 + (\sqrt{2} - 1)\alpha)^2,$$

а відповідна різниця фаз коливань

$$\Delta\varphi = (1 + (\sqrt{2} - 1)\alpha)^2 \pi. \quad (5)$$

Згідно умови задачі $r = 0,8536 r_2$ і з формули (4) отримаємо, що $\alpha = 0,5$. Тоді $\Delta\varphi = 1,457\pi = 262,3^\circ$. В цьому випадку амплітуда коливань в точці Р визначається величиною вектора \overline{AB} , який є стороною рівнобедреного трикутника АВО (рис. 5.3). В цьому трикутнику кут $\text{BOA} = 2\pi - \Delta\varphi$, а $\text{BO} = \text{OA}$. За теоремою косинусів

$$\text{AB}^2 = \text{AO}^2 + \text{BO}^2 - 2\text{AO} \cdot \text{BO} \cdot \cos(2\pi - \Delta\varphi),$$

або

$$\text{AB}^2 = 2\text{AO}^2(1 - \cos \Delta\varphi) = 4\text{AO}^2 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Враховавши, що $\text{AO}^2 = I_0$ і формулу (5), отримаємо:

$$I_p = 4 I_0 \sin^2 \left((1 + (\sqrt{2} - 1)\alpha)^2 \frac{\pi}{2} \right). \quad (6)$$

Підставимо у формулу (6) $\alpha = 0,5$ і отримаємо, що

$$I_p = 2,27 I_0.$$

Якщо діафрагма відкриває перші дві зони Френеля ($\alpha = 1$), то за формулою (6)

$$I_p = 4 I_0 \sin^2 \pi = 0.$$

Задача 5.4. Лінза, фокусна відстань якої $F = 50$ см і діаметр $D = 5$ мм, освітлюється паралельним монохроматичним пучком світла, довжина хвилі якого $\lambda = 630$ нм. Знайти, в скільки раз інтенсивність світла I у фокусі лінзи більша від інтенсивності світла I_0 , що падає на лінзу. Оцінити розмір плями у фокальній площині лінзи.

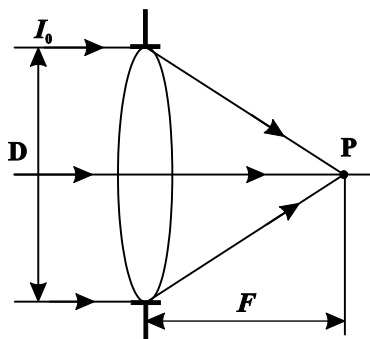


Рис. 5.4

Розв'язок. Знайдемо число зон Френеля, яке вміщується в діаметрі лінзи, якщо точка спостереження P знаходиться у фокусі лінзи. За формулою (5.2) знаходимо, що

$$r_k = \frac{D}{2} = \sqrt{k\lambda F},$$

звідки

$$k = \frac{D^2}{4F\lambda} \approx 1984.$$

Якщо вважати, що лінза працює як фазова зонна пластинка, то амплітуда коливання в точці P буде:

$$E_p = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_k \approx kE_1$$

де E_i ($i = 1, 2, 3, \dots, k$) – амплітуди коливань в точці **P**, що створюються хвилями від кожної зони Френеля. Так як

$$I_0 = (E_1/2)^2,$$

то інтенсивність світла в точці **P** буде:

$$I = (E_p)^2 = (kE_1)^2 = 4k^2 \cdot I_0 = 1,57 \cdot 10^7 I_0.$$

Тому відношення:

$$I/I_0 = 1,57 \cdot 10^7 \text{ раз.}$$

Згідно закону збереження енергії

$$I_0 \cdot \frac{\pi D^2}{4} = I \frac{\pi d^2}{4}.$$

Звідки знайдемо, що

$$\begin{aligned} d &= D \sqrt{I_0 / I} = \frac{2F\lambda}{D} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 6,3 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-2}} = \\ &= 1,26 \cdot 10^{-5} \approx 0,013 \text{ мм} \end{aligned}$$

Висновки. Треба мати на увазі, що приведені розрахунки носять оціночний характер, так як зроблено ряд припущень:

- 1) лінза представляє собою ідеальну зонну пластинку;
- 2) амплітуди коливань в точці **P**, які збурюються хвилями від кожної зони Френеля однакові, тобто

$$E_1 \approx E_2 \approx E_3 \approx \dots \approx E_{1984}.$$

Це твердження справедливе для малого значення k ($k = 1, 2, 3$), а для $k = 1984$ досить приблизне;

- 3) не враховується ще ряд особливостей процесу фокусування світла лінзою, розгляд яких виходить за рамки задачі.

Проте досвід показує, що хороша лінза добре фокусує сонячне проміння в маленьку пляму, що дає можливість навіть випалювати візерунки по дереву.

Задача 5.5. На щілину, ширина якої $b = 0,1$ мм, нормально падає паралельний пучок світла від монохроматичного джерела ($\lambda = 0,6$ мкм). Визначити ширину центрального максимуму в дифракційній картині, спроектованій на екран за допомогою лінзи, яка знаходиться відразу за щілиною. Відстань від екрана до щілини

$$L = 1 \text{ м.}$$

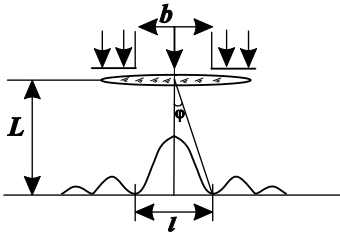


Рис. 5.5

мінімумами на екрані визначимо безпосередньо із рисунка 5.5:

Розв'язок. Центральний

максимум інтенсивності світла займає область між найближчими до нього праворуч та ліворуч мінімумами інтенсивності. Тому прийmemo, що ширина центрального максимуму інтенсивності дорівнює відстані між двома мінімумами інтенсивності (рис. 5.5). Відстань між двома

$$l = 2L \operatorname{tg}\varphi.$$

При малих кутах $\operatorname{tg}\varphi \approx \sin\varphi$, тоді

$$l = 2L \sin\varphi.$$

З урахуванням (5.3)

$$l = \frac{2Lk\lambda}{b}.$$

Для $k = 1$, $l = 1,2$ см.

Задача 5.6. На дифракційну ґратку, період якої $d = a + b = 5$ мкм (a і b – непрозора і прозора частини періоду ґратки відповідно), нормально падає плоска монохроматична хвиля з довжиною $\lambda = 0,6$ мкм (у вакуумі). Визначити максимально можливий порядок дифракційного спектру ґратки та кількість головних максимумів, що можна спостерігати для випадку, коли $a = b$.

Розв'язок. Максимальний порядок дифракційного спектру визначається із умови максимуму (5.4). Значення $\sin \varphi$ не може за модулем перевищувати одиницю, значить

$$d = a + b = k_{\max} \cdot \lambda . \quad (1)$$

Звідки

$$k_{\max} = \frac{a + b}{\lambda} , k_{\max} \approx 8 .$$

Однак, такий розв'язок не є точним. Він отриманий для випадку, коли інтенсивність освітленості I_{φ} , що створюється однією щілиною є постійна і не залежить від кута φ . Але це не так. При деяких кутах φ , які визначаються умовою (5.3), I_{φ} дорівнює нулю. Значить, знайдене значення k_{\max} визначає лише максимально можливий порядок спектру, бо не всі головні максимуми (5.4) реалізуються: ті із них, положення яких співпадає з мінімумом дифракційної картини від однієї щілини (5.3), щезають; реалізуються тільки ті головні максимуми, які попадають в центральні та інші максимуми дифракційної картини від однієї щілини. Значить, максимальний порядок головних максимумів визначається із співвідношення (5.3) і (5.4). Тобто

$$d \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = k \lambda , (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

і

$$b \sin \varphi = n \lambda , (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Звідки отримаємо, що

$$\frac{a + b}{b} = \frac{k}{n} ,$$

або

$$k = 2n .$$

Таким чином мінімуми від дифракції на одній щілині будуть попадати на головні максимуми дифракційної ґратки і останні будуть відсутні в спектрі. Таким чином будуть відсутні 2 – й, 4 – й, 6 – й та 8 – й

головні максимуми. Можливо спостерігати 1 – ий, 3 – ий, 5–ий, 7 – мий головні максимуми з однієї сторони спектру від головного максимуму і таку ж кількість максимумів з іншої сторони від центрального максимуму. Значить можна спостерігати 9 головних максимумів. Проте на практиці використовуються тільки головні максимуми дифракційної ґратки, які попадають в центральний максимум дифракційної картини від дифракції на одній щілині. Ті головні максимуми, які попадають в область нецентрального максимумів дифракційної картини від однієї щілини, значно поступаються за інтенсивністю від головних максимумів, що попадають в область центрального максимуму дифракції від однієї щілини. Таким чином число k може дорівнювати $-1, 0, +1$. Тобто реально можна спостерігати три головних максимуми дифракційної ґратки.

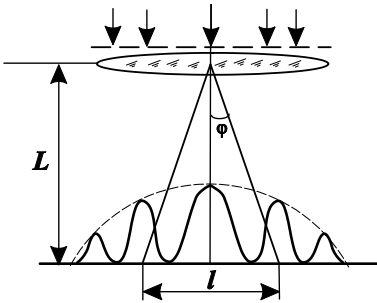


Рис. 5.6

дорівнює $l = 20,2$ см (рис. 5.6). Визначити:

- 1) сталу дифракційної ґратки;
- 2) число штрихів на 1 см;
- 3) кількість максимумів, яку при цьому дає дифракційна

ґратка (вважати, що прозора частина періоду $b = \frac{d}{3}$).

- 4) максимальний кут відхилення променів, який відповідає останньому дифракційному максимуму.

Розв'язок. 1) Згідно (5.4)

$$d \sin \varphi = k \lambda.$$

В нашому випадку $k = 1$.

Оскільки

$$\frac{l}{2} \ll L, \text{ то } \sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{2L}.$$

Отже

$$d \frac{l}{2L} = \lambda.$$

Звідки

$$d = \frac{2L\lambda}{l} = 4,95 \text{ мкм.}$$

2) Число штрихів на 1 см знайдемо за формулою:

$$n = \frac{1}{d} = \frac{1}{4,95 \cdot 10^{-4}} = 2020 \text{ штрихів/см.}$$

3) Згідно формул (5.4) та розв'язку задачі 5.6 максимальний порядок спектру може бути таким:

$$k_{\max} = \frac{d \sin \frac{\pi}{2}}{\lambda} = 9,9.$$

Проте будуть відсутні головні максимуми з такими числами k (див. розв'язок задачі 5.6)

$$k = \frac{d}{b} n = 3n, \text{ де } n = 1, 2, 3, \dots$$

Тобто не спостерігатимуться головні максимуми з числами $k = 3, 6, 9, 12, \dots$. Таким чином максимальне значення $k_{\max} = 8$. Якщо врахувати ще і центральний максимум, то загальна кількість головних максимумів ($k = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 7, \pm 8$) буде:

$$N = 2 \cdot 6 + 1 = 13.$$

4. Для визначення максимального кута відхилення променів використаємо формулу (5.4) і значення $k = 8$. Тоді

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{8\lambda}{d}\right) = \arcsin \frac{8 \cdot 0,5}{4,95} = 54^\circ.$$

Задача 5.8. Для дифракційної ґратки, яка має $N = 500$ штрихів на 1 мм, межа розрізнення в спектрі першого порядку дорівнює $\delta\lambda = 0,1$ нм при середній довжині хвилі $\lambda = 600$ нм. Зображення спектру отримується на екрані за допомогою лінзи. Визначити мінімальний допустимий діаметр D_{\min} лінзи, при якому зображення спектру може бути розрізнене.

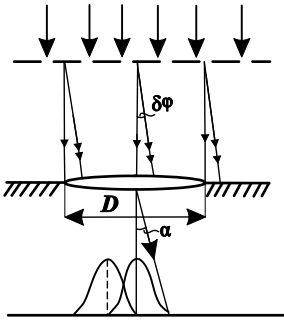


Рис. 5.7

Розв'язок. Якщо розглядати лінзу як круглу діафрагму, то при дифракції світла на отворі умова мінімуму згідно (5.3) запишеться так:

$$D \sin \alpha = \lambda.$$

Дві спектральні лінії будуть розрізнені, якщо максимум однієї співпадає з мінімумом іншої. Тобто будемо вважати, що $\delta\varphi = \alpha$, де $\delta\varphi$ – кутове розходження ліній після ґратки. За формулою (5.5)

$$\delta\varphi = \frac{\delta\lambda}{d \cos \varphi}, \text{ а із урахуванням (5.4) при } k = 1.$$

$$\delta\varphi = \frac{\delta\lambda}{d \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{d^2}}} = \frac{N\delta\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot N^2}}, \text{ де } d = 1/N.$$

Для малих кутів $\sin(\delta\varphi) \approx \delta\varphi$, а тому

$$\sin \alpha = \sin(\delta\varphi) = \lambda/D_{\min} = \delta\varphi = N\delta\lambda/\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot N^2}.$$

Звідки отримаємо:

$$D_{\min} = \frac{\lambda \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot N^2}}{\delta \lambda \cdot N} = \frac{6 \cdot 10^{-7} \sqrt{1 - 36 \cdot 10^{-14} \cdot 25 \cdot 10^{10}}}{10^{-10} \cdot 5 \cdot 10^5} \text{ м} = 1,14 \text{ см.}$$

Задача 5.9. При якому мінімальному числі штрихів дифракційної ґратки, період якої $d = 2,7$ мкм, можна розрізнити компоненти дублету жовтої лінії натрію ($\lambda_1 = 589,0$ нм і $\lambda_2 = 589,6$ нм.)? Прозора частина періоду ґратки $b = d/2$.

Розв'язок. Число штрихів N ґратки зв'язано з її роздільною здатністю R і порядком спектру k співвідношенням (5.7). Звідки знаходимо, що $N = R/k$. Мінімальному значенню N_{\min} відповідає мінімальне значення R_{\min} і максимальне число k , тобто

$$N_{\min} = R_{\min} / k_{\max}. \quad (1)$$

Мінімальна роздільна здатність ґратки R_{\min} , яка необхідна для розділення дублету (двох складових) жовтої лінії натрію, виражається через величини λ_1 і λ_2 за формулою (5.7):

$$R_{\min} = \lambda_1 / (\lambda_2 - \lambda_1). \quad (2)$$

Максимально можливе число k знайдемо із формули (5.4), прийнявши, що $\sin \varphi = 1$, а $\lambda = \lambda_2$. Тоді

$$k = \frac{d}{\lambda_2} = 4,58$$

Так як k – ціле число, то $k_{\max} = 4$. Проте, як витікає із розв'язку задачі 5.6, не всі головні максимуми дифракційної ґратки спостерігаються. Якщо $b = d/2$, то будуть відсутні максимуми з номерами $k = 2n$, де $n = 1, 2, 3, \dots$. Тобто будуть відсутні головні максимуми з номерами, $k = 2, 4, 6$ і т. д. Таким чином можливий

максимальний порядок спектру із числом $k_{\max} = 3$. Тоді із формули

$$(1) \text{ отримаємо, що } N_{\min} = \frac{\lambda_1}{3(\lambda_2 - \lambda_1)} = 327 \text{ штрихів.}$$

5.6. Задачі.

5.10. Світло від монохроматичного джерела ($\lambda = 0,6$ мкм) падає нормально на діафрагму з круглим отвором. Діаметр отвору 6 мм. За діафрагмою на відстані 3 м від неї знаходиться екран.

- 1) Скільки зон Френеля вміщує отвір діафрагми?
- 2) Яким буде центр дифракційної картини, темним чи світлим?

5.11. Вирахувати радіус п'ятої зони Френеля для плоского хвильового фронту ($\lambda = 0,5$ мкм), якщо побудова робиться для точки спостереження, яка знаходиться на відстані $b = 1$ м від фронту хвилі.

5.12. Між точковим джерелом світла ($\lambda = 0,5$ мкм) та екраном розміщена діафрагма з круглим отвором, радіус якого $r = 1$ мм. Відстані від діафрагми до джерела та екрана дорівнюють $a = 1$ м та $b = 2$ м відповідно. Як зміниться освітленість екрана у точці, яка лежить проти центра отвору, якщо діафрагму прибрати?

5.13. Радіус четвертої зони Френеля для плоского хвильового фронту $r_4 = 3$ мм. Визначити радіус двадцять п'ятої зони Френеля.

5.14. Між точковим джерелом світла та екраном розміщена діафрагма з круглим отвором, радіус якої r може змінюватись в процесі досліду. Відстані від діафрагми до джерела та екрана дорівнюють: $a = 100$ см і $b = 125$ см. Визначити довжину хвилі світла, якщо максимум освітленості у центрі дифракційної картини на екрані спостерігається при $r_1 = 1$ мм. Наступний максимум спостерігається при $r_2 = 1,25$ мм.

5.15. Точкове джерело світла S , яке випромінює світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,539$ мкм, розташоване на відстані $l = 11$ м від

екрана, що освітлюється. Між джерелом світла S і екраном на відстані $b = 5$ м від екрана розміщена ширма з круглим отвором, діаметр якого дорівнює $d = 4,2$ мм. Чи є освітленість в центрі дифракційної картини на екрані більшою чи меншою, ніж та, яка буде мати місце, якщо ширму прибрати?

5.16. Плоска монохроматична світлова хвиля з інтенсивністю I_0 падає нормально на непрозорий екран з круглим отвором. Яка інтенсивність світла I за екраном у точці для якої отвір: а) дорівнює першій зоні Френеля; внутрішній половині її площі? б) зробили рівним першій зоні Френеля, а потім закрили його половину (по діаметру)?

5.17. Інтенсивність, яка створюється на екрані деякою монохроматичною світловою хвилею при відсутності перешкоди, дорівнює I_0 . Яка буде інтенсивність I в центрі дифракційної картини, якщо на шляху хвилі поставити перешкоду з круглим отвором, площа якого відкриває: а) півтори центральних зон Френеля; б) третину центральної зони Френеля?

5.18. Як зміниться при умові попередньої задачі інтенсивність в точці навпроти центра отвору, якщо половину отвору закрити напівплощиною?

5.19. Точкове джерело світла з $\lambda = 550$ нм розташоване на відстані $a = 1$ м перед непрозорою перешкодою з отвором, радіус якого $r = 2,0$ мм. а) Яке мінімальне число k_{\min} відкритих зон Френеля може спостерігатись при цих умовах? б) При якому значенні відстані b від перешкоди до точки спостереження отримується мінімально можливе число відкритих зон? в) При якому радіусі r отвору при умовах даної задачі може бути відкритою тільки одна центральна зона Френеля?

5.20. Дифракційна картина спостерігається на відстані $l = 4$ м від точкового джерела монохроматичного світла ($\lambda = 500$ нм). Посередині між екраном та джерелом світла розміщена діафрагма з

круглим отвором. При якому радіусі r отвору центр дифракційних кілець, що спостерігаються на екрані, буде найбільш темним?

5.21. Дифракційна картина спостерігається на відстані l від точкового джерела монохроматичного світла ($\lambda = 600$ нм). На відстані $a = 0,5l$ від джерела розміщена кругла непрозора перешкода, діаметр якої $D = 1$ см. Знайти відстань l , якщо перешкода закриває тільки центральну зону Френеля.

5.22. Плоска світлова хвиля ($\lambda = 0,75$ мкм) нормально падає на круглу діафрагму. На відстані $b = 1$ м від діафрагми паралельно їй знаходиться екран. Яким повинен бути радіус діафрагми, щоб інтенсивність світла в центрі дифракційної картини на екрані дорівнювала інтенсивності світла, яке падає на діафрагму?

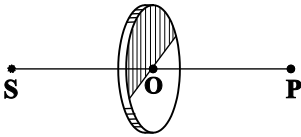


Рис. 5.8

5.23. Непрозорий екран, який має форму напівдиска, розміщений між точковим джерелом S і точкою спостереження P таким чином, що точка O знаходиться на одній прямій з точками S і P (рис. 5.8). Екран закриває невелике непарне число напівзон Френеля (наприклад три). Яка буде освітленість в точці P ?

5.24. Паралельний пучок монохроматичного світла, довжина хвилі якого $\lambda = 0,6$ мкм, нормально падає на непрозорий екран з круглим отвором, діаметр якого $D = 1,2$ мм. На відстані $b_1 = 15$ см за екраном на осі отвору спостерігається темна пляма. На яку мінімальну відстань Δl потрібно зміститись від цієї точки вздовж осі отвору, віддаляючись від нього, щоб в центрі дифракційної картини знову спостерігалась темна пляма?

5.25. На щілину, ширина якої $b = 0,05$ мкм, падає нормально монохроматичне світло ($\lambda = 0,6$ мкм). Визначити кут ϕ між початковим напрямком пучка світла та напрямком на четверту темну дифракційну смугу.

5.26. На вузьку щілину нормально падає монохроматичне світло. Кут φ , який відповідає відхиленню пучків світла від початкового напрямку і показує напрямок на другий дифракційний максимум дорівнює 1° . Скільком довжинам хвиль падаючого світла дорівнює ширина щілини?

5.27. На щілину, ширина якої $b = 0,1$ мм, падає нормально монохроматичне світло ($\lambda = 0,5$ мкм). За щілиною розміщена збиральна лінза, у фокальній площині якої знаходиться екран. Що буде спостерігатись на екрані, якщо кут φ дифракції дорівнює 1) $17'$; 2) $43'$?

5.28. На щілину, ширина якої $b = 2$ мм, падає нормально паралельний пучок монохромного світла ($\lambda = 589$ мкм). Під якими кутами φ будуть спостерігатись дифракційні мінімуми?

5.29. Світло, довжина хвилі якого $\lambda = 0,5$ мкм, падає на щілину завширшки $b = 10$ мкм під кутом $\theta = 30^\circ$ до нормалі. Знайти кутове положення перших двох мінімумів, які розташовані по обидві сторони центрального максимуму.

5.30. На щілину падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі λ . Ширина щілини дорівнює 6λ . Під яким кутом буде спостерігатись третій дифракційний мінімум?

5.31. Оцінити кутову і лінійну ширину центрального максимуму у випадку дифракції Фраунгофера на щілині, ширина якої $b = 0,1$ мм. Довжина хвилі світла, яке падає на щілину, $\lambda = 0,50$ мкм, фокусна відстань лінзи, яка дає зображення на екрані, що знаходиться у фокальній площині, $F = 0,2$ м.

5.32. Плоска світлова хвиля (з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ мкм) падає по нормально на щілину, ширина якої $b = 0,5$ мкм. На відстані $a = 1,0$ м паралельно щілині розташований екран. Знайти ширину зображення щілини L на екрані, розуміючи під цим відстань між першими дифракційними мінімумами, які симетричні відносно головного максимуму.

5.33. На щілину, ширина якої $b = 3,0$ мкм, нормально падає полоска світлова хвиля (з довжиною хвилі $\lambda = 0,5$ мкм). Визначити кількість максимумів інтенсивності, які спостерігаються у фокальній площині лінзи.

5.34. Скільки штрихів на кожен міліметр містить дифракційна ґратка, якщо в монохроматичному світлі ($\lambda = 0,6$ мкм) максимум п'ятого порядку спостерігається під кутом $\varphi = 18^\circ$.

5.35. На дифракційну ґратку, яка містить $n = 100$ штрихів на 1 мм, падає нормально монохроматичне світло. Зорова труба спектрометра наведена на максимум третього порядку, щоб навести трубу на симетричний максимум того ж порядку її треба повернути на кут $\Delta\varphi = 20^\circ$. Визначити довжину хвилі світла.

5.36. На дифракційну ґратку, період якої $d = 0,006$ мм, нормально падає монохроматичне світло. Кут між спектрами 1-го і 2-го порядків дорівнює $\Delta\varphi = 4^\circ 36'$. Визначити довжину хвилі світла.

5.37. Визначити найбільший порядок спектру, який може дати дифракційна ґратка, що має 500 штрихів на 1 мм, а довжина хвилі дорівнює 0,59 мкм. Розглянути два випадки: а) світло падає на ґратку нормально; б) світло на ґратку падає під кутом 30° .

5.38. Визначити порядки головних максимумів, які не можуть спостерігатись на дифракційній ґратці з періодом $d = 90$ мкм і шириною однієї щілини $b = 30$ мкм.

5.39. Визначити можливе число головних максимумів, які можуть бути при дифракції плоскої монохроматичної хвилі (з довжиною хвилі λ) на ґратці з періодом $d = 4,5\lambda$.

5.40. Дифракційна картина монохроматичного світла, що дає дифракційна ґратка з періодом $d = 2,3$ мкм, має три головних максимуми (враховуючи і центральний максимум). Яка ширина щілин цієї ґратки?

5.41. Чи можуть перекриватись спектри першого і другого порядків дифракційної ґратки при освітленні її видимим світлом (0,7 – 0,4 мкм)?

5.42. При якій умові інтенсивність k -го максимуму для дифракційної ґратки з періодом d дорівнює нулю, якщо ширина щілини ґратки b .

5.43. Визначити довжину хвилі спектральної лінії, зображення якої дає дифракційна ґратка в спектрі третього порядку, якщо воно співпадає із зображенням лінії $\lambda_1 = 486,1$ нм в спектрі четвертого порядку.

5.44. На дифракційну ґратку падає нормальний пучок світла. Для того, щоб побачити червону лінію ($\lambda = 700$ нм) в спектрі другого порядку, зорув трубу довелось поставити під кутом $\varphi = 30^\circ$ до осі коліматора лінзи. Знайти сталу d дифракційної ґратки. Скільки штрихів нанесено на один сантиметр ширини ґратки.

5.45. На дифракційну ґратку нормально падає пучок білого світла. При повороті гоніометра на кут φ у полі зору буде видно лінію з довжиною хвилі $\lambda = 400$ нм в спектрі третього порядку. Чи будуть спостерігатись під цим же кутом φ інші спектральні лінії видимого світла (від $\lambda = 400$ нм до $\lambda = 700$ нм)?

5.46. На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло. Максимум третього порядку спостерігається під кутом $\varphi = 36^\circ 48'$ до нормалі. Знайти сталу ґратки, виразивши її через довжину хвилі падаючого світла.

5.47. На дифракційну ґратку нормально падає світло з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0,589$ мкм. При цьому спектру третього порядку відповідає кут дифракції $\varphi_1 = 10^\circ 11'$. Якій довжині хвилі світла відповідає у другому порядку кут дифракції $\varphi_2 = 6^\circ 16'$.

5.48 а) На дифракційну ґратку, яка має 50 штрихів на 1 мм падає нормально пучок білого світла. Яка різниця кутів відхилення

кінця першого і початку другого порядків спектру? Довжини крайніх червоних і крайніх синіх хвиль є 0,76 мкм і 0,40 мкм. б) Яка різниця кутів відхилення кінця другого і початку третього порядків спектру?

5.49. Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, що падає нормально на дифракційну ґратку з періодом $d = 2,2$ мкм, якщо кут між максимумами першого та другого порядку спектра $\Delta\varphi = 15^\circ$.

5.50. На плоску дифракційну ґратку нормально падає світло жовтої лінії натрію ($\lambda = 0,589$ мкм). Спектр другого порядку у відбитому світлі спостерігається під кутом 45° до нормалі. Визначити число штрихів ґратки на 1 мм.

5.51. Визначити кутову дисперсію дифракційної ґратки, період якої $d = 5$ мкм, довжина хвилі $\lambda = 500$ нм, порядок спектру $k = 3$.

5.52. Кутова дисперсія дифракційної ґратки для довжини хвилі 6680\AA у спектрі першого порядку дорівнює $22,2 \cdot 10^5$ рад/м. Знайти період (сталу) дифракційної ґратки.

5.53. Для якої довжини хвилі дифракційна ґратка з періодом $d = 5$ мкм має кутову дисперсію $6,3 \cdot 10^5$ рад/м у спектрі третього порядку?

5.54. Стала дифракційної ґратки дорівнює 2,5 мкм. Знайти кутову дисперсію для $\lambda = 589$ нм у спектрі першого порядку.

5.55. 1) Розрахувати кутову дисперсію у кутових секундах/нм в спектрі першого порядку для ґратки, що має 3937 штрихів на 1 см.

2) Підрахувати лінійну дисперсію спектрографа з такою ґраткою, якщо фокусна відстань об'єктива $F = 0,5$ м.

3) Підрахувати величину, яка обернена до величини лінійної дисперсії (число нм на 1 мм). При розрахунках вважати, що кути дифракції малі ($\cos\varphi \approx 1$).

5.56. Яка відстань між компонентами жовтої лінії натрію ($\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$) буде на екрані, який знаходиться у фокальній площині об'єктива задачі 5.55.

5.57. Чи будуть розрізнені дифракційною ґратки з $N = 100$ штрихів спектральні лінії з $\lambda_1 = 598 \text{ нм}$ і $\lambda_2 = 602 \text{ нм}$ в спектрі а) 1-го б) 2-го порядку ?

5.58. 1. Вважаючи, що світло падає на дифракційну ґратку нормально, отримати точний вираз для кутової дисперсії D_ϕ ґратки в залежності від λ .

2. Приймавши період ґратки $d = 1000 \text{ нм}$, вирахувати за знайденою формулою кутову дисперсію в спектрі першого порядку біля довжин хвиль: а) 400 нм, б) 480 нм, в) 760 нм.

3. Порівняти отримані результати із значенням D_ϕ , яке розраховується за наближеною формулою $D_\phi \approx k/d$ (k – порядок спектру).

5.59. 1. Для випадку, коли світло падає на дифракційну ґратку нормально, отримати точний вираз для лінійної дисперсії D_l ґратки в залежності від λ .

2. Приймавши період ґратки $d = 1000 \text{ нм}$, а фокусну відстань лінзи $F = 1,000 \text{ м}$, вирахувати за знайденою формулою лінійну дисперсію в спектрі першого порядку біля довжини хвиль: а) 400 нм, б) 580 нм, в) 769 нм.

3. Порівняти отримані результати із значенням D_l розрахованими за наближеною формулою $D_l = kF/d$ (k – порядок спектру).

5.60. В спектрографі перпендикулярно до падаючого світлового пучка встановлена дифракційна ґратка, період якої $d = 1 \text{ мкм}$, а ширина її робочої частини $l = 100 \text{ мм}$. Фокусна відстань об'єктива спектрографа $F = 1 \text{ м}$. Для першого порядку спектру:

1. Визначити довжину Δx видимого спектру ($\lambda = 0,4 \div 0,76 \text{ мкм}$), який отримується на фотопластинці, яка встановлена у фокальній площині об'єктива.

2. Оцінити: а) лінійну дисперсію D_l , б) роздільну силу R приладу.

5.61. Монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,585$ мкм падає нормально на дифракційну ґратку з періодом $d = 2,5$ мкм, яка містить $N = 10^4$ штрихів. Визначити кутову ширину дифракційного максимуму другого порядку.

5.62. Мінімальне значення кугової дисперсії деякої дифракційної ґратки $D_\Phi = 1,266 \cdot 10^{-3}$ рад/нм. Знайти кутову відстань $\Delta\Phi$ між лініями з $\lambda_1 = 480$ нм і $\lambda_2 = 680$ нм в спектрі, що дає ця ґратка. Вважати, що світло падає на ґратку нормально.

5.63. Світло, яке падає на дифракційну ґратку нормально, складається із двох різких спектральних ліній, довжини хвиль яких $\lambda_1 = 490$ нм (голубе світло) і $\lambda_2 = 600$ нм (рожеве світло). Перший дифракційний максимум для лінії з довжиною хвилі λ_1 спостерігається під кутом $\varphi_1 = 10^\circ$ відносно нормалі до ґратки. Знайти кутову відстань $\Delta\Phi$ між лініями в спектрі другого порядку.

5.64. На якій відстані одна від одної будуть знаходитись на екрані дві лінії ртуті ($\lambda_1 = 577$ нм та $\lambda_2 = 579,1$ нм) у спектрі першого порядку, що отриманий за допомогою дифракційної ґратки. Фокусна відстань лінзи, яка проектує спектр на екран, дорівнює $0,6$ м. Стала ґратки 2 мкм.

5.65. Яка вийде мінімальна ширина спектральної лінії водню ($\lambda = 6563 \text{ \AA}$) на екрані спектрографа, якщо в ньому використовується ґратка, ширина якої $l = 3$ см і об'єктив, фокусна відстань якого $F = 15$ см;

5.66. Підрахувати роздільну здатність ґратки з періодом $d = 2,5$ мкм і шириною 30 мм в спектрах першого і четвертого порядків.

5.67. Чи зміниться роздільна здатність дифракційної ґратки при зміні нахилу первинного пучка світла, яке падає на неї?

5.68. При якій мінімальній кількості штрихів дифракційної ґратки з періодом 2,1 мкм можливо розрізнити компоненти дублету жовтої лінії натрію (5890 Å та 5896 Å). Прозора частина періоду ґратки дорівнює 0,7 мкм.

5.69. Чому дорівнює стала дифракційної ґратки, якщо ця ґратка може розрізняти у першому порядку лінії спектру калію $\lambda_1 = 4044\text{Å}$ та $\lambda_2 = 4047\text{Å}$. Ширина ґратки 3 см.

5.70. Дифракційну картину отримали за допомогою дифракційної ґратки, ширина якої 1,5 см, а період 5 мкм. Визначити у спектрі якого найменшого порядку цієї картини будуть отримані розрізнені зображення двох спектральних ліній з різницею довжини хвиль 0,1 нм, якщо лінії знаходяться у крайній червоній частині спектру ($\lambda = 760\text{ нм}$)?

5.71. Стала дифракційної ґратки, ширина якої 2,5 см, дорівнює 2 мкм. Яку різницю довжин хвиль може розрізнити ця ґратка в області жовтих променів ($\lambda = 6 \cdot 10^{-5}\text{см}$) у спектрі другого порядку?

5.72. Якою повинна бути мінімальна довжина L_{\min} дифракційної ґратки, період якої $d = 2,0\text{ мкм}$, щоб з її допомогою можна було у другому порядку розрізнити дві близькі спектральні лінії $\lambda_1 = 500,00\text{ нм}$ і $\lambda_2 = 500,05\text{ нм}$?

6. ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА ЗОВНІШНІЙ ФОТОЕФЕКТ

6.1. Питання теми

1. Теплове випромінювання та його закони.
2. Зовнішній фотоелектричний ефект. Квантова природа електромагнітного випромінювання. Тиск світла.

6.2. Основні визначення та формули

1. Інтегральна характеристика рівноважного випромінювання – об’ємна густина енергії

$$U(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega \quad (6.1)$$

або

$$U(T) = \int_0^{\infty} u(\lambda, T) d\lambda, \quad (6.2)$$

де $u(\omega, T)$ $u(\lambda, T)$ – диференціальна характеристика випромінювання: спектральна густина променистої енергії – кількість енергії випромінювання в одиниці об’єму, яка приходить на одиничний інтервал частот (довжин хвиль), для частоти ω (довжини хвилі λ) при даній температурі T . Перехід від функції $u(\omega, T)$ до функції $u(\lambda, T)$ здійснюється за допомогою співвідношень:

$$u(\omega, T) d\omega = u(\lambda, T) d\lambda, \\ \omega = 2\pi c / \lambda,$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

2. Інтегральна характеристика випромінювальної здатності тіла (поверхні) – енергетична світність: потік енергії за одиницю часу, яку випромінює одиниця поверхні у всіх напрямках (в межах тілесного кута 2π) для всього інтервалу частот (довжин хвиль)

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\omega, T) d\omega \quad (6.3)$$

або

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda, \quad (6.4)$$

де $r(\omega, T)$ ($r(\lambda, T)$) – диференціальна характеристика випромінювальної здатності тіла (поверхні) – спектральна густина енергетичної світності, яка характеризує розподіл енергії в спектрі випромінювання за частотами (довжинами хвиль) при даній температурі T . Між цими функціями існує такий зв'язок:

$$r(\omega, T)d\omega = r(\lambda, T)d\lambda.$$

3. Зв'язок між характеристиками випромінювальної здатності тіла та рівноважного випромінювання, які знаходяться в стані термодинамічної рівноваги:

$$R(T) = \frac{c}{4}U(T) \quad (6.5)$$

і

$$r(\omega, T) = \frac{c}{4}u(\omega, T). \quad (6.6)$$

4. Закон Кірхгофа:

$$\frac{r'(\omega, T)}{\alpha(\omega, T)} = r(\omega, T), \quad (6.7)$$

де $r'(\omega, T)$ – спектральна густина енергетичної світності будь якого тіла, $\alpha(\omega, T)$ – монохроматичний коефіцієнт поглинання даного тіла, тобто правильний дріб, який показує, яка частина випромінювання з частотою ω , що падає на поверхню даного тіла, поглинається останнім, $r(\omega, T)$ – спектральна густина енергетичної світності абсолютно чорного тіла, при температурі, що дорівнює температурі даного тіла. $r(\omega, T)$ часто позначають як $f(\omega, t)$ (або $f(\lambda, T)$) і називають універсальною функцією Кірхгофа.

5. Закон Стефана – Больцмана (для АЧТ – абсолютного чорного тіла):

$$R(T) = \sigma T^4, \quad (6.8)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴) – стала Стефана – Больцмана, T – температура АЧТ.

Для любого тіла, яке не є АЧТ

$$R'(T) = a(T)\sigma T^4, \quad (6.9)$$

де $a(T)$ – коефіцієнт випромінювання, який завжди менший одиниці.

6. Формула Віна і закон зміщення Віна:

$$u(\omega, T) = \omega^3 F(\omega/T), \quad (6.10)$$

$$\lambda_m T = b, \quad (6.11)$$

де $F\left(\frac{\omega}{T}\right)$ – деяка функція відношення частоти до температури, λ_m – довжина хвилі, яка відповідає максимуму функції $u(\lambda, T)$ або $r(\lambda, T)$ для АЧТ, $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ мК – стала величина.

7. Формула Релея – Джінса:

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT, \quad (6.12)$$

де k – стала Больцмана.

8. Формула Планка:

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar\omega}{\exp\left\{\frac{\hbar\omega}{kT}\right\} - 1} \quad (6.13)$$

для спектральної густини енергії випромінювання, яке знаходиться в стані термодинамічної рівноваги з АЧТ при температурі T .