

В нашій задачі густина струму j невідома величина, але її можна виразити через відомі величини, а саме:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{U/R}{bd} = \frac{U}{\rho \frac{l}{bd} bd} = \frac{U}{\rho l}.$$

Тоді холлівська різниця потенціалів запишеться так:

$$U_H = R_H b B \frac{U}{\rho l}.$$

Звідки знаходимо постійну Холла

$$R_H = \frac{U_H \rho l}{B b U}.$$

Після підстановки числових значень отримаємо:

$$R_H = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3}{5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} \cdot 10} \frac{\text{м}^3}{\text{Кл}} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ м/Кл}.$$

Тоді концентрація дірок

$$p = 1/(eR_H) = 1/(1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,25 \cdot 10^{-3}) \text{ м}^{-3} = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}.$$

Рухливість дірок отримаємо після нескладних перетворень відомих формул:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = e p u_p = u_p / R_H;$$

$$u_p = R_H / \rho = \frac{1,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2}{2,5 \cdot 10^{-2} \text{ В} \cdot \text{с}} = 0,05 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$$

Висновки. 1. Залежність між холлівською різницею потенціалів U_H і густиною струму j є лінійною з коефіцієнтом

пропорційності $R_H B b$. Якщо відома індукція магнітного поля B , ширина зразка b і експериментально визначений нахил залежності $U_H = f(j)$, то можемо знайти постійну Холла R_H , концентрацію носіїв заряду p і їхню рухливість u_p .

2. Необхідно відмітити, що вище приведений приклад розв'язування задачі і відповідні формули є справедливими тільки для напівпровідників з одним типом провідності, тобто для сильно легованих напівпровідників. Для напівпровідників із електронною і дірковою провідностями теорія ефекту Холла є більш складною.

3. За допомогою ефекту Холла досліджують напівпровідники в наукових установах, а також на його основі побудовані прилади (наприклад, магнітометри).

Задача 10.12. Покажіть, що для невідродженого напівпровідника, який містить значну кількість як електронів так і дірок, провідність буде мінімальна при $n = n_i / \sqrt{b}$, де n_i – число електронів у власному напівпровіднику при даній температурі, а b – відношення рухливості електронів u_n до рухливості дірок u_p . Покажіть, що постійна Холла, яка визначається для такого напівпровідника виразом

$$R_H = \frac{3\pi}{8e} \cdot \frac{pu_p^2 - nu_n^2}{(pu_p + nu_n)^2},$$

у власному напівпровіднику має від'ємний знак. Знайдіть, при якому значенні електропровідності легованого матеріалу постійна Холла дорівнює нулю.

Розв'язок. 1. Будемо розглядати напівпровідник n -типу. Загальний вираз для його електропровідності запишеться як

$$\sigma_n = en_n u_n + ep_n u_p.$$

Із врахуванням закону діючих мас $n_n p_n = n_i^2$ вираз σ_n перепишеться так:

$$\sigma_n = en_n u_n + e \frac{n_i^2}{n_n} u_p.$$

Дослідимо цей вираз на екстремум:

$$\frac{d\sigma_n}{dn_n} = eu_n - e \frac{n_i^2}{n_n^2} u_p = 0.$$

Звідки знаходимо, що функція $\sigma_n(n_n)$ має екстремальне значення при

$$n_n = n_i \sqrt{u_p / u_n} = n_i / \sqrt{u_n / u_p} = n_i / \sqrt{b}.$$

Розв'язок із знаком “—” відкидаємо, так як він не має фізичного змісту, а при $n_n = n_i / \sqrt{b}$ провідність має мінімальне значення. В цьому легко переконатись, досліджуючи другу похідну $\frac{d^2\sigma_n}{dn_n^2} = \frac{en_i^2 u_p}{n_n^3}$, яка є додатньою при $n_n = n_i / \sqrt{b}$.

2. Те, що постійна Холла для власного напівпровідника має від'ємний знак, означає, що провідність напівпровідника має електронний характер. Із виразу для R_H видно, що її знак визначається знаком чисельника. Тому для власного напівпровідника

$$p_i u_p^2 - n_i u_n^2 = n_i (u_p + u_n)(u_p - u_n) < 0,$$

так як майже завжди $u_p < u_n$.

3. Знайдемо електропровідність напівпровідника, в якому ефект Холла не спостерігається, тобто постійна Холла дорівнює нулеві. Із виразу для постійної Холла і умови задачі отримаємо співвідношення:

$$p_n u_p^2 = n_n u_n^2.$$

Якщо врахувати закон діючих мас $n_n p_n = n_i^2$, то отримаємо, що

$$n_n = n_i / b, \quad \text{а} \quad p_n = n_i \cdot b.$$

Тоді електропровідність напівпровідника буде дорівнювати:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= en_n u_n + ep_n u_p = en_i \left(\frac{u_n}{b} + u_p \cdot b \right) = \\ &= en_i \left(\frac{u_n}{u_n / u_p} + u_p \frac{u_n}{u_p} \right) = en_i (u_p + u_n) = \sigma_i.\end{aligned}$$

Висновки. 1. Мінімальну електропровідність (максимальний опір) напівпровідник має при концентрації електронів $n = n_i / \sqrt{b}$ і дірок $p = n_i \cdot \sqrt{b}$.

2. *Ефект Холла* в напівпровідниках, які містять два типи носіїв заряду, *відсутній при виконанні умови:* $pu_p^2 = nu_n^2$.

3. Якщо ефект Холла в легованому напівпровіднику відсутній, то його електропровідність дорівнює електропровідності власного напівпровідника з цього ж матеріалу.

Задача 10.13. На одній стороні зразка германію n -типу концентрація дірок збільшується до $1 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Крім цього задані такі параметри зразка: питомий опір $\rho = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, час життя носіїв $\tau = 10^{-4} \text{ с}$. Визначити: а) відношення концентрації основних і неосновних носіїв заряду; б) дифузійну довжину для дірок; в) густину дифузійного діркового струму при $T = 300 \text{ К}$.

Розв'язок. а) Електропровідність зразка у відсутності нерівноважних дірок дорівнює:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = en_n u_n + ep_n u_p,$$

де n_n – концентрація основних, p_n – концентрація неосновних носіїв заряду.

З урахуванням закону діючих мас $n_n \cdot p_n = n_i^2$ отримаємо квадратне рівняння відносно n_n :

$$n_n^2 - \frac{1}{eu_n \mathcal{D}} n_n + n_i^2 \cdot \frac{u_p}{u_n} = 0. \quad (1)$$

Скористаємось даними табл. 12 додатків. Після підстановки числових значень рівняння (1) прийме вид:

$$n_n^2 - 8,0 \cdot 10^{20} \cdot n_n + 2,8 \cdot 10^{38} = 0.$$

Розв'язком цього рівняння буде:

$$n_n = (4,0 \cdot 10^{20} + \sqrt{16 \cdot 10^{40} - 2,8 \cdot 10^{38}}) \text{ м}^{-3} = 8,0 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Тоді

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = 7,2 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$$

і відношення

$$\frac{n_n}{p_n} = 1,1 \cdot 10^3.$$

б) За формулою (10.47) дифузійна довжина дірок $L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau}$. Враховуючи співвідношення Ейнштейна між рухливістю і коефіцієнтом дифузії (10.44), отримаємо, що

$$L_p = \sqrt{\frac{kTu_p \tau}{e}}.$$

Після підстановки числових значень знаходимо:

$$L_p = \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 0,17 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \text{ м} = 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,70 \text{ мм}.$$

в) За формулою (10.42) густина дифузійного струму

$$j_{Dp} = -eD_p \frac{dp}{dx}.$$

Для знаходження градієнта концентрації дірок необхідно використати рис.10.3. За допомогою цього рисунку знаходимо, що градієнт концентрації приблизно визначиться так:

$$\frac{dp}{dx} \approx \frac{\Delta p_0 - \Delta p_0 / 2,72}{L_p} = \frac{1,72\Delta p_0}{2,72 \cdot L_p}.$$

Враховуючи співвідношення (10.44) і вираз для dp/dx , отримаємо робочу формулу для густини дифузійного струму:

$$|j_{Dp}| = \frac{1,72kT u_p \cdot \Delta p_0}{2,72 \cdot L_p}.$$

Після підстановки числових значень знаходимо:

$$|j_{Dp}| = \frac{1,72 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 0,19 \cdot 10^{20}}{2,72 \cdot 7,0 \cdot 10^{-4}} \text{ А/м}^2 = 71 \text{ А/м}^2 = 71 \text{ мкА/мм}^2.$$

Зауваження. 1) Необхідно відмітити, що величина густини дифузійного струму має приблизне значення, так як вирахувати точно dp/dx ми не можемо. Отримане значення густини струму дещо занижене, тому що експоненціальну залежність $\Delta p(x)$ на інтервалі від $x = 0$ до $x = L_p$ замінено лінійною.

2) Необхідно звернути увагу, що напівпровідниковий матеріал саме з такими параметрами використовується для створення фотоприймачів.

Задача 10.14. Відомо, що деякий напівпровідник n-типу прозорий для світла з довжиною хвилі більшою 1,1 мкм. Нехай тонкий зразок з такого напівпровідника опромінюється імпульсами світла з довжиною хвилі 0,7 мкм. Під час освітлення питомий опір зразка зменшується від свого нормального значення 26 Ом·см до

17 Ом·см. Через 10 мкс після виключення джерела світла питомий опір зразка зростає до 23 Ом·см. Визначити ширину забороненої зони напівпровідника і час життя неосновних носіїв. Відомо, що постійна Холла в цьому матеріалі дорівнює $3,1 \cdot 10^4$ см³/Кл. Визначити концентрацію основних носіїв і їхню рухливість.

Розв'язок. 1) Червоною межею фото ефекту є довжина хвилі, що дорівнює 1,1 мкм. Тому ширина забороненої зони напівпровідника знаходиться так:

$$W_g = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,13 \text{ eV}.$$

Напівпровідником, що має таку ширину забороненої зони, є кремній.

2) Концентрація основних носіїв заряду згідно розв'язку задачі 10.11 дорівнює:

$$n_n = 1/(R_H \cdot e) = 1/(3,1 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) = 2 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

3) Рухливість основних носіїв заряду дорівнює:

$$u_n = R_H / \rho_0 = \frac{3,1 \cdot 10^{-2}}{26 \cdot 10^{-2}} = 0,12 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с}).$$

4) Для визначення часу життя нерівноважних неосновних носіїв заряду зробимо розумні наближення. Провідністю неосновних носіїв заряду знехтуємо.

Тому

$$\sigma_0 = 1/\rho_0 = en_n u_n + ep_p u_p \approx en_n u_n. \quad (1)$$

Практичний інтерес (розглядається на лекції) представляє випадок, коли зміна провідності обумовлена зміною нерівноважної концентрації неосновних носіїв заряду. В момент освітлення зразка світлом з довжиною хвилі 0,7 мкм має місце внутрішній фото ефект,

який обумовлений утворенням пари електрон – дірка. Для моменту $t = 0$ можемо записати:

$$\sigma_1 = 1/\rho_1 = en_n u_n + e\Delta p_0 u_p, \quad (2)$$

а для довільного моменту часу з урахуванням (10.39)

$$\sigma_2 = 1/\rho_2 = en_n u_n + e\Delta p_0 u_p \cdot \exp\{-t/\tau_p\} \quad (3)$$

При цьому враховано, що $n_n + \Delta n_0 \approx n_n$, а $p_n + \Delta p_0 \approx \Delta p_0$. Розв'язавши систему трьох рівнянь (1), (2), (3) отримаємо час життя нерівноважних носіїв заряду:

$$\tau_p = \frac{t}{\ln \frac{(\rho_0 - \rho_1)\rho_2}{(\rho_0 - \rho_2)\rho_1}} = \frac{10}{\ln 69/17} \text{ мкс} = 7 \text{ мкс}.$$

Задача 10.15. Сучасна напівпровідникова технологія дозволяє отримувати зразки n -GaAs довжиною 10^{-6} м. З якою частотою коливається струм в такому зразку в умовах ефекту Ганна? Рухливість електронів в n -GaAs $u_n = 0,7 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$, порогова напруженість електричного поля $E_{\text{п}} = 3,2 \cdot 10^5 \text{ В/м}$. (Порівняйте довжину хвилі, на якій транслюють радіопередачі з довжиною хвилі, яку випромінює діод Ганна).

Розв'язок. Період коливань струму в діоді Ганна пропорційний довжині зразка і приблизно дорівнює:

$$T = 2l / v_n,$$

де $v_n = u_n E_{\text{п}}$ – максимальна дрейфова швидкість руху електронів, яка в умовах ефекту Ганна дорівнює швидкості руху домена електричного поля від катоду до анода. Приведений рисунок 10.7 пояснює формулу для періоду коливань струму. Період – це відстань по часу між двома максимумами або мінімумами струму.

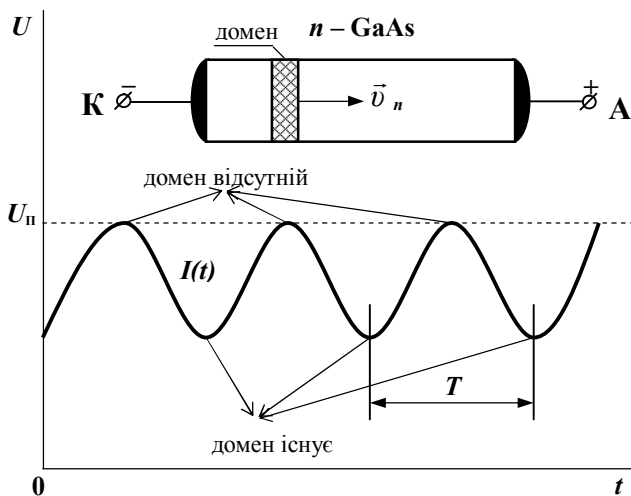


Рис. 10.7. – Залежність напруги U на зразку n -GaAs і струму $I(t)$ через зразок від часу в умовах ефекту Ганна

Мінімум струму існує тоді, коли домен рухається вздовж зразка. Значить, частота з якою коливається струм в зразку дорівнює:

$$v = 1/T = u_n E_{\pi} / 2l .$$

Після підстановки числових значень отримаємо:

$$v = \frac{0,7 \cdot 3,2 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}}{2 \cdot 10^{-6}} = 1,1 \cdot 10^{11} \text{ Гц},$$

а довжина хвилі випромінювання

$$\lambda = c/v = 3 \cdot 10^8 / 1,1 \cdot 10^{11} \text{ м} = 2,7 \text{ мм} .$$

Таким чином можемо зробити висновок, що в даному зразку n -GaAs в умовах ефекту Ганна генерується змінний сигнал ультракоротких хвиль (УКХ).

10.6. Задачі.

Власні напівпровідники.

10.16. Чому рухливість електронів більша від рухливості дірок у власному напівпровіднику?

10.17. Чому власні напівпровідники, як правило, мають електронну провідність?

10.18. Ширина забороненої зони чистого напівпровідника дорівнює приблизно 1 еВ. Вирахувати ймовірність заповнення електроном рівня біля дна зони провідності при $T_1 = 0$ і $T_2 = 290$ К відповідно.

10.19. В чистому напівпровіднику концентрація електронів провідності при температурі 300 К дорівнює $1 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$. Вирахувати ширину забороненої зони і енергію Фермі для цього напівпровідника. Прийняти, що $m_n^* \approx m_p^* \approx m_e$, де m_e – маса вільного електрона.

10.20. У власному напівпровіднику концентрація електронів при температурі 400 К дорівнює $1,3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, а при температурі 350 К – $6,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Яка ширина забороненої зони напівпровідника при $T = 0$, якщо вона змінюється з температурою за лінійним законом?

10.21. а) Вирахувати ефективну густину рівнів N_c і N_v для кремнію при кімнатній температурі. Для розрахунків скористайтесь даними табл. 12 додатків. б) Визначити власну концентрацію носіїв заряду.

10.22. Знайти мінімальну енергію, яка необхідна для утворення пари електрон-дірка в чистому телурі, якщо відомо, що його електропровідність зростає в 2,5 рази при збільшенні температури від 300 К до 400 К.

10.23. Визначити концентрацію носіїв заряду у власному германії при $T_2 = 400$ К. Вважати, що ширина забороненої зони германію лінійно змінюється з температурою за законом

$W_g(T) = W_g(0) - aT$, де $W_g(0)$ – ширина забороненої зони при $T = 0$, $a = 4 \cdot 10^{-4}$ еВ/К.

10.24. Провідність чистого напівпровідника при $T_1 = 300$ К дорівнює $0,01$ (Ом·м)⁻¹. Із оптичних вимірювань відомо, що його валентна зона лежить нижче зони провідності на $0,9$ еВ. Вирахувати провідність напівпровідника при $T_2 = 350$ К. Вважати, що ширина забороненої зони лінійно зменшується з ростом температури.

10.25. Визначити питомий опір чистого германію при кімнатній температурі ($T = 300$ К).

10.26. Рухливість електронів в чистому напівпровіднику InSb (антимонід індію) дорівнює $6 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$, а рухливість дірок $0,2 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$. При температурі 27°C питома провідність дорівнює $5 \cdot 10^3$ (Ом·м)⁻¹. Визначити концентрацію власних носіїв заряду.

10.27. Рухливість електронів в чистому напівпровіднику GaSb (антимонід галію) дорівнює $0,3 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$, дірок – $0,1 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$, концентрація власних носіїв заряду при $t = 27^\circ\text{C}$ дорівнює $7,83 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$. Визначити питомий опір GaSb.

10.28. В зразку чистого кремнію градієнт потенціала $E = 400$ В/м. Визначити при $T = 300$ К: а) Швидкість дрейфу електронів і дірок; б) Питомий опір кремнію; в) Повний дрейфовий струм, якщо площа поперечного перерізу зразка 3 мм^2 .

10.29. Чистий селен при температурі 12°C має питомий опір 100 кОм·см, а при 57°C – 50 кОм·см. Визначити питомий опір при 100°C , вважаючи, що ширина забороненої зони лінійно залежить від температури.

10.30. Зразок чистого напівпровідника GaSb при температурі 27°C має найбільший питомий опір 2 кОм·м. Ширина забороненої зони $0,8$ еВ. Визначити питомий опір при температурі 87°C .

10.31. Зразок власного германію при температурі 27°C має питомий опір $0,47\ \text{Ом}\cdot\text{м}$. Визначити питомий опір германію при температурі 127°C .

10.32. Як зміниться електропровідність при підвищенні температури від 300 до $310\ \text{K}$ а) металу; б) власного напівпровідника, ширина забороненої зони якого $W_g = 0,3\ \text{eV}$? Який характер зміни електропровідності в обох випадках?

10.33. Червона межа фотоефекту для чистого бездомішкового напівпровідника при низьких температурах відповідає довжині хвилі $\lambda_0 = 1,7\ \mu\text{м}$. Вирахувати температурний коефіцієнт опору цього напівпровідника при температурі $T = 300\ \text{K}$.

10.34. Вирахувати температурний коефіцієнт опору чистого бездомішкового кремнію при температурі $T = 300\ \text{K}$.

10.35. Вирахувати температурний коефіцієнт опору чистого германію при температурі $T = 300\ \text{K}$.

Домішкові напівпровідники

10.36. Знайти концентрацію донорних атомів в напівпровіднику, енергія активації яких $0,1\ \text{eV}$. Відомо, що при $T = 100\ \text{K}$ концентрація електронів провідності дорівнює $2 \cdot 10^{13}\ \text{см}^{-3}$. Відносна ефективна маса електронів $m_n^* / m_e = 0,25$.

10.37. Вирахувати питомий опір напівпровідника n -типу при температурі $50\ \text{K}$, якщо відомо, що концентрація донорних атомів $N_d = 5 \cdot 10^{17}\ \text{см}^{-3}$, а їх енергія активації $\Delta W_n = 0,1\ \text{eV}$. Рухливість електронів $u_n = 500\ \text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Відносна ефективна маса електронів $m_n^* / m_e = 0,25$.

10.38. Концентрація донорних атомів в напівпровіднику $N_d = 2 \cdot 10^{18}\ \text{см}^{-3}$, їхня енергія активації $\Delta W_n = 0,05\ \text{eV}$, рухливість електронів $u_n = 0,4\ \text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$, температура $T = 77\ \text{K}$. Визначити питомий опір напівпровідника.

10.39. Який питомий опір при температурі 300 К кремнію n -типу з концентрацією донорів 10^{16} м^{-3} ? Вважати, що рухливість електронів і дірок однакова як для чистого так і для домішникового напівпровідника.

10.40. Число атомів кремнію в одиниці об'єму кристалу дорівнює $5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$. В зразок Si вводиться домішка n -типу в кількості одного атома на 10^7 атомів Si. Відомо, що в цьому зразку при 300 К концентрація дірок дорівнює $2,42 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$. Визначити концентрацію власних носіїв заряду в Si при 300 К.

10.41. В чистому германії при $T=300 \text{ К}$ є $4,5 \cdot 10^{28}$ атомів/м³. Яка концентрація електронів і дірок провідності при цій температурі в домішковому германії, що містить один атом донорних домішок на 10^9 основних атомів?

10.42. Злиток германію отриманий шляхом сплавлення 100 г германію і 3,22 мг сурми. Питома вага германію – $5,46 \text{ г/см}^3$. Вважаючи, що сурма розподілена рівномірно по об'єму злитка, визначити концентрацію її атомів. При кімнатній температурі всі атоми сурми практично іонізовані. Визначити питому електропровідність цього злитка, якщо рухливість електронів – $0,36 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$. Визначити опір зразка із цього злитка, якщо його довжина – 2 см, а переріз – 1 мм^2 .

10.43. Злиток германію отриманий шляхом сплавлення 100 г германію і 0,78 мг галію. Вважаючи, що галій розподілений рівномірно в злитку, визначити концентрацію атомів галію, якщо густина германію $5,46 \text{ г/см}^3$. Визначити провідність злитка, якщо рухливість дірок $1700 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$

10.44. Електричний опір легованого кремнію p -типу, довжина якого 5 мм, ширина – 2 мм і товщина 1 мм дорівнює 100 Ом. Визначити відношення електронної провідності до діркової, якщо рухливість електронів і дірок дорівнюють 0,12 і $0,025 \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ відповідно.

10.45. Чистий кристалічний германій містить $4,5 \cdot 10^{28}$ атомів/м³. Визначити провідність германію, легованого елементом III групи при температурі 300 К. На кожні 10^7 атомів германію приходить один домішковий атом. Вважати, що легування дуже мало змінює величину рухливості електронів і дірок.

10.46. Для закисі міді Cu_2O (*p*-типу) отримана така залежність питомого опору від температури:

T, K	286	345	455	556	667	833
$\rho, \text{Ом}\cdot\text{см}$	12,2	3,49	1,00	0,228	$1,83 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$

Визначити ширину забороненої зони даного напівпровідника і енергію активації акцепторних домішок.

10.47. На рисунку 10.8 приведений графік залежності логарифма електропровідності від оберненої температури для кремнію з домішкою бора. Пояснити характер даного графіка.

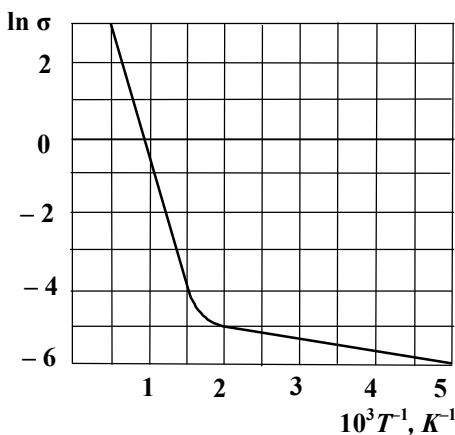


Рис. 10.8

Визначити ширину забороненої зони кремнію і енергію активації домішкових атомів.

10.48. Визначити електропровідність германію n -типу при $T = 300$ К, якщо на 10^9 атомів германію приходить один атом домішки. Концентрація атомів германію в напівпровіднику дорівнює $4,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

10.49. Визначити розташування рівня Фермі в германії n -типу при температурі 300К, якщо на 10^6 атомів германію приходить 1 атом домішки. Концентрація атомів в германії дорівнює $4,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$. Енергія активації домішки – 0,01 еВ. Обґрунтувати зроблені при цьому припущення.

10.50. Зразок германію p -типу, призначений для виготовлення транзисторів має питомий опір $\rho = 0,5$ Ом·см. Визначити енергію рівня Фермі при $T = 300$ К.

10.51. Питомий опір n -кремнію при $T = 300$ К дорівнює 3 Ом·м. Визначити енергію Фермі в цьому напівпровіднику.

10.52. Зразок германію n -типу, призначений для виготовлення транзисторів має питомий опір $\rho = 1,5$ Ом·см. Визначити енергію рівня Фермі для цього напівпровідника при $T = 300$ К.

Ефект Холла

10.53. Вирахувати різницю рухливостей електронів і дірок в чистому, бездомішковому германії, якщо відомо, що в однорідному полі, індукція якого $B = 0,3$ Тл, відношення поперечної напруженості електричного поля E_{\perp} до поздовжньої E_{\parallel} дорівнює 0,06.

10.54. Легований зразок германію має довжину 1 см (по осі X), ширину 2 мм (по осі Y) і товщину 0,2 мм (по осі Z). До торців зразка прикладається різниця потенціалів 1,4 В і в додатньому напрямку осі X протікає струм, сила якого 10 мА. При наявності вздовж осі Z магнітного поля, індукція якого 0,1 Тл, на зразку вздовж додатнього напрямку осі Y появляється холівська напруга 10 мВ. Визначити: а) тип носіїв заряду; б) постійну Холла; в) концентрацію носіїв заряду; г) рухливість носіїв.

10.55. Постійна Холла і питомий опір зразка кремнію з домішками відповідно дорівнюють $3,66 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{Кл}$ і $8,93 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Визначити рухливість і концентрацію носіїв заряду, вважаючи, що струм через зразок обумовлений наявністю носіїв одного знаку.

10.56. Вимірювання зразка InSb *n*-типу показали, що при температурі 100°C постійна Холла і рухливість електронів відповідно дорівнюють $6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{Кл}$ і $5,1 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Визначити питомий опір цього зразка і концентрацію електронів провідності.

10.57. Тонка пластинка із легованого кремнію має ширину 2 см. Перпендикулярно до площини пластинки прикладене однорідне магнітне поле, індукція якого дорівнює 0,5 Тл. При густині струму $2 \text{ мкА}/\text{мм}^2$, що направлений вздовж пластинки, холлівська різниця потенціалів дорівнює 0,1 В. Визначити концентрацію носіїв заряду.

10.58. Для деякого зразка германію ефект Холла не спостерігається. Яка доля струму в зразку обумовлена електронами, якщо рухливість електронів в германії дорівнює $0,35 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$, а рухливість дірок – $0,14 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

10.59. Визначити рухливість електронів в германії *n* – типу, для якого питомий опір $\rho = 1,6 \text{ Ом}\cdot\text{см}$, а постійна Хола $R_H = 7 \cdot 10^3 \text{ см}^3/\text{Кл}$.

10.60. В деякому зразку германію, для якого рухливість електронів в 2,1 раза більша рухливості дірок, ефект Холла не спостерігається. Знайти для цього зразка відношення концентрації електронів провідності до концентрації дірок.

10.61. Зразок германію *n*-типу, який призначений для виготовлення транзисторів, має питомий опір $1,5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ і значення постійної Холла $5,4 \cdot 10^3 \text{ см}^3/\text{Кл}$. Визначити концентрацію основних носіїв заряду та їхню рухливість.

Виявлено, що при підвищенні температури зразка постійна Холла не змінюється, тоді як питомий опір збільшується, але при деякій більш високій температурі обидві ці величини різко

зменшуються. Поясніть таку поведінку напівпровідника і скажіть, що відбудеться якщо зразок охолоджувати, а не нагрівати.

10.62. Тонкий зразок германію p -типу, розміри якого $d \times b = 2 \times 10 \text{ мм}^2$, розташований в площині, що перпендикулярна магнітному полю Землі. Вирахувати, яку різницю потенціалів необхідно прикласти до протилежних торців зразка відстань між якими 2 см, щоб отримати холлівську різницю потенціалів $U_H = 10 \text{ мВ}$. Індукція магнітного поля Землі дорівнює $B = 44 \text{ мкТл}$, рухливість дірок $u_p = 0,18 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

Нерівноважні носії заряду в напівпровідниках

10.63. Питомий опір чистого германію при кімнатній температурі дорівнює 50 Ом·см. Після освітлення питомий опір став 40 Ом·см, а через 8 мс після вимкнення освітлення - 45 Ом·см. Вирахуйте середній час життя електронів і дірок.

10.64. Нехай нерівноважна концентрація неосновних носіїв заряду дорівнює 10^{20} м^{-3} , а початкова швидкість зменшення концентрації $-7,1 \cdot 10^{23}$ носіїв за одну секунду. Вирахувати: а) час життя неосновних носіїв заряду; б) концентрацію неосновних носіїв заряду через 2 мс після вимкнення джерела світла.

10.65. Питомий опір чистого бездомішкового напівпровідника при кімнатній температурі $\rho_0 = 100 \text{ Ом}\cdot\text{см}$. Після опромінення світлом питомий опір став $\rho_1 = 80 \text{ Ом}\cdot\text{см}$. Відомо, що середній час життя електронів і дірок в цьому напівпровіднику $\tau = 0,01 \text{ с}$. Знайти питомий опір цього напівпровідника через час $t = 5 \text{ мс}$ після виключення світла.

10.66. В момент часу $t_1 = 10^{-4} \text{ с}$ після вимкнення рівномірної по об'єму генерації електрон-діркових пар нерівноважна концентрація носіїв заряду була в 10 раз більшою, ніж в момент часу $t_2 = 10^{-3} \text{ с}$. Визначити час життя носіїв заряду, якщо рівень збудження невеликий.

10.67. Вирахувати відносну зміну провідності напівпровідника $\Delta\sigma/\sigma$ при стаціонарному освітленні світлом, інтенсивність якого

$I = 5 \cdot 10^{15}$ квантів на 1 см^2 за 1 с . Коефіцієнт поглинання $\alpha = 100 \text{ см}^{-1}$, товщина зразка мала порівняно з α^{-1} . Концентрація рівноважних носіїв $n \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ час життя нерівноважних носіїв $\tau = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$. Рухливості електронів і дірок відповідно дорівнюють $0,36$ і $0,17 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Квантовий вихід фотопровідності $\beta = 0,8$.

10.68. Зразок з чистого бездомішкового германію знаходиться при температурі 300 К в полі електромагнітного випромінювання. При цьому його питомий опір дорівнює $43 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Визначити, яка частка електропровідності зразка обумовлена фотопровідністю.

10.69. Електрони інjektуються на одному кінці зразка кремнію p -типу, концентрація акцепторів в якому 10^{16} см^{-3} , а збираються на другому кінці зразка. Вирахувати напруженість електричного поля в напрямку струму, якщо через зразок протікає електричний струм, густина якого 1 А/см^2 , а дірковим струмом скрізь в зразку можна знехтувати. Пояснить, які припущення можна зробити відносно просторового заряду і концентрації основних носіїв зряду.

10.70 На одній стороні зразка германію p -типу концентрація електронів збільшується до 10^{21} м^{-3} . Оцінити густину дифузійного струму при $T = 300 \text{ К}$. Час життя носіїв заряду $\tau = 0,1 \text{ мс}$.

10.71. Зразок діркового антимоніду індію (InSb) має рухливість електронів $6,2 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ при температурі 290 К . Вирахуйте дифузійну довжину неосновних носіїв заряду, якщо їхній час життя є $5 \cdot 10^{-8} \text{ с}$.

10.72. В германії p -типу при кімнатній температурі рухливість і дифузійна довжина основних носіїв заряду відповідно дорівнюють $0,17 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ і 2 мм . Визначити середній час життя і коефіцієнт дифузії дірок в германії.

10.73. В кращих зразках германію n -типу при кімнатній температурі середня дифузійна довжина електронів досягає 3 мм , а

середній час життя електронів - $9 \cdot 10^{-4}$ с. Визначити коефіцієнт дифузії і рухливість електронів.

11. КОНТАКТНІ ЯВИЩА В НАПІВПРОВІДНИКАХ

11. 1. Питання теми

1. Властивості $p - n$ -переходу.
2. Пряме та зворотнє включення $p - n$ -переходу.
3. Використання $p - n$ -переходу..

11. 2. Основні положення та формули

11.2.1. Проникнення електричного поля в напівпровідник

Якщо напівпровідник легований однорідно, тобто концентрація домішки скрізь однакова і не залежить від координати, то поле всередині поверхневого шару згідно рівняння Пуассона буде змінюватись за законом:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{eN_d}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (11.1)$$

де N_d – концентрація домішки, якою легується напівпровідник (наприклад: донорів), e – заряд електрона, $\rho = eN_d$ – об’ємна густина заряду, ϵ – відносна діелектрична проникність напівпровідника.

Із рівняння (11.1) можна отримати, що

$$E_m = \frac{eN_d}{\epsilon\epsilon_0} x_m,$$

де E_m – напруженість електричного поля на границі вакуум-кристал, x_m – ширина області об’ємного заряду, в подальшому ширина бар’єру (рис. 11.1).

Значення E_m невідоме. Відомо тільки, що між точкою на поверхні кристалу і точкою з $x = x_m$, де напруженість $E = 0$, існує потенціальний бар'єр, "висота" якого $W_s = eU_s$. Цього досить щоб визначити E_m і x_m :

$$x_m = \left(\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_s}{eN_d} \right)^{1/2}, \quad (11.2)$$

$$E_m = \left(\frac{2eN_d U_s}{\varepsilon\varepsilon_0} \right)^{1/2}, \quad (11.3)$$

де U_s – різниця потенціалів між точками з $x = 0$ і $x = x_m$.

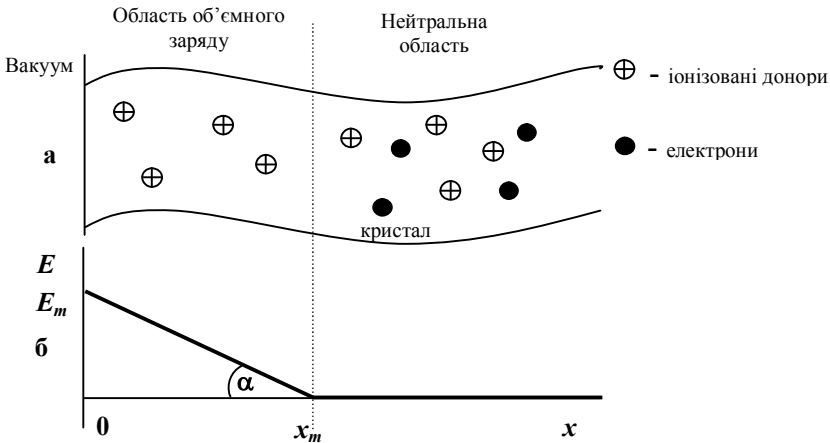


Рисунок 11.1 – Формування поверхневого потенціального бар'єру (напівпровідник n -типу): а – негативний заряд поверхневих станів спричинив відтік електронів із приповерхневого шару, де залишився некомпенсований позитивний заряд іонізованих донорів; б – поле приповерхневої області напівпровідника лінійно зменшується від величини E_m (на границі вакуум-кристал, $x = 0$) до нуля (на границі область об'ємного заряду – нейтральна область, $x = x_m$), $\text{tg}\alpha = eN_d / (\varepsilon\varepsilon_0)$.

Оскільки N_d може змінюватись в досить широких межах від 10^{10}см^{-3} до 10^{20}см^{-3} , то глибина проникнення поля в напівпровідник може змінюватись від 3 – 4 до 10^5 атомних шарів.

11.2.2. Висота бар'єру

Електрону, щоб потрапити із n -області в p -область, необхідно подолати енергетичний бар'єр, висота якого:

$$W_{pn} = W_p - W_n, \quad (11.4)$$

де W_p – робота виходу електрона із p -області, W_n – робота виходу електрона із n -області.

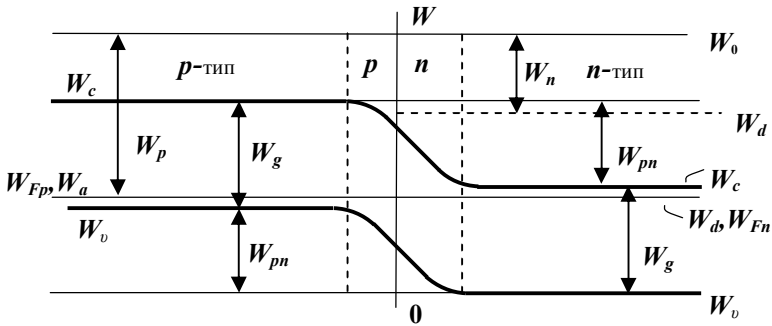


Рисунок 11.2 – Енергетичний бар'єр на межі p - n -переходу. $W_p = W_0 - W_a$, $W_n = W_0 - W_d$. W_0 – енергія вакууму (енергія вільного електрона). W_a і W_d – енергії мілких акцепторних і донорних рівнів, які майже співпадають з енергіями Фермі (W_{Fp} і W_{Fn}) в p -і n -типі напівпровідників відповідно.

Якщо в p -області електрони знаходяться на мілкому акцепторному рівні, а в n -області – на мілкому донорному рівні, то різниця $W_p - W_n$ приблизно дорівнює ширині забороненої зони W_g . Тому:

$$W_{pn} \cong W_g,$$

а різниця потенціалів між p - і n -областями:

$$U_{pn} = W_{pn} / e \cong W_g / e. \quad (11.5)$$

Формули для висоти потенціального бар'єру.

Для рівноважного стану $p - n$ -переходу $W_{pn} = W_{Fn} - W_{Fp}$. Тоді з урахуванням (10.30) і (10.31)

$$W_{pn} = kT \ln \frac{np}{n_i^2}. \quad (11.6)$$

Якщо врахувати (10.12), то

$$W_{pn} = W_g - kT \ln \frac{N_c N_v}{np}. \quad (11.7)$$

Для випадку, коли $n = n_n \approx N_d$ і $p = p_p \approx N_a$, отримаємо, що

$$W_{pn} = W_g - kT \ln \frac{N_c N_v}{N_d N_a}. \quad (11.8)$$

З цієї формули видно, що контактна різниця потенціалів (11.5) тим більша, чим сильніше леговані p - і n - області напівпровідника. Якщо $N_d \approx N_c$, а $N_a \approx N_v$, то U_{pn} матиме максимальне значення $W_g / |e|$. Таким чином формула (11.5) визначає максимально можливу контактну різницю потенціалів.

11.2.3. Розподіл електричного поля в бар'єрі. Ширина бар'єру

Для моделі різкого $p - n$ -переходу його ширина $x = x_p + x_n$ знаходиться за формулою

$$x = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0}{e} \left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right) U_{pn} \right)^{1/2}. \quad (11.9)$$

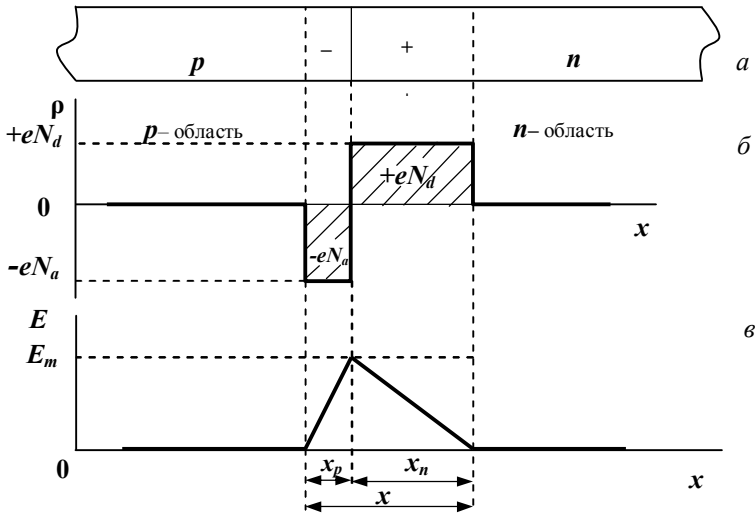


Рисунок 11.3 – Розподіл об’ємного заряду і електричного поля в p - n -переході: a – якісний розподіл заряду; $б$ – залежність густини об’ємного заряду $\rho(x)$; $в$ – розподіл напруженості електричного поля $E(x)$; N_d – концентрація донорів в n -області; N_a – концентрація акцепторів в p -області; x_p і x_n – глибина проникнення електричного поля в p -область і n -область відповідно; $x = x_p + x_n$ – ширина p - n -переходу.

На практиці p – n -структури являються різко несиметричними. Так називають p – n -переходи, в яких одна область легована набагато сильніше, ніж інша. На рисунку 11.4 показаний розподіл поля в p – n -переході для випадку $N_a \gg N_d$. Із рисунка видно, що $x_p \ll x_n$, тому $x = x_n + x_p \cong x_n$. Це означає, що практично вся різниця потенціалів (напруга) на бар’єрі $U_{pn} = W_{pn}/e \cong 1/2 E_m x_n$ падає на n -область. В цьому випадку розрахунок основних параметрів бар’єру можна здійснити за допомогою формул (11.2) і (11.3), а саме:

$$x = x_n \cong \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 U_{pn}}{eN_d} \right)^{1/2}, \quad (11.10)$$

$$E_m \cong \left(\frac{2eN_d U_{pn}}{\epsilon\epsilon_0} \right)^{1/2}. \quad (11.11)$$

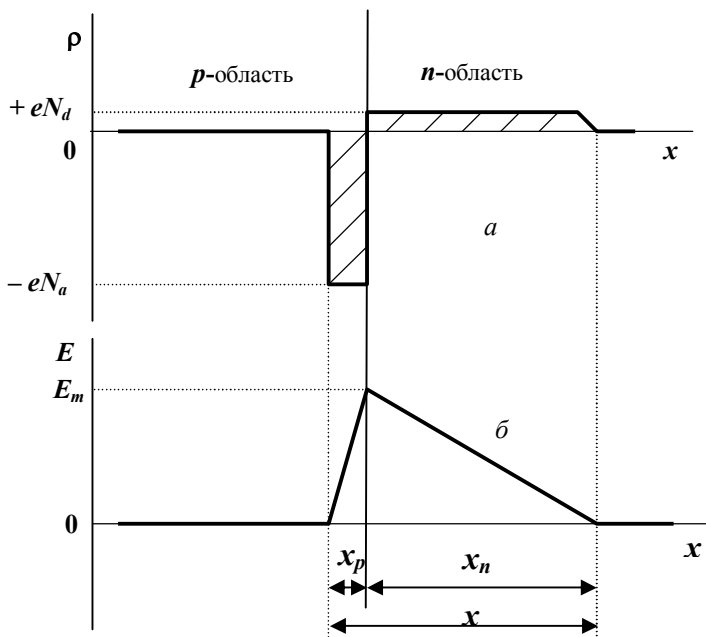


Рисунок 11.4 – Розподіл об’ємного заряду $\rho(x)$ (а) і поля $E(x)$ (б) в різконесиметричному $p-n$ -переході ($N_a \gg N_d$).

Зауваження: Напруга на бар’єрі U_{pn} (у вольтах) чисельно дорівнює енергетичній висоті бар’єру W_{pn} (в електрон-вольтах).

11.2.4. Рівновага в $p-n$ переході

а) Густина дифузійного струму основних носіїв заряду (дірок) із p -області в n -область визначається за формулою:

$$j_{D_p} = -eD_p \frac{dp}{dx}, \quad (11.12)$$

а електронів із n -області в p -область –

$$j_{D_n} = eD_n \frac{dn}{dx}, \quad (11.13)$$

де D_p і D_n – коефіцієнти дифузії дірок і електронів, $\frac{dp}{dx}$ і $\frac{dn}{dx}$ – градієнти концентрації дірок і електронів відповідно.

б) Густина струму неосновних носіїв заряду електронів із p -області в n -область визначається за формулою:

$$j_{ns} = eL_n \frac{n_p}{\tau_n} = e \frac{n_i^2}{N_a} \cdot \frac{L_n}{\tau_n} = e \frac{n_i^2}{N_a} \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}, \quad (11.14)$$

а дірок із n -області в p -область

$$j_{ps} = eL_p \frac{p_n}{\tau_p} = e \frac{n_i^2}{N_d} \cdot \frac{L_p}{\tau_p} = e \frac{n_i^2}{N_d} \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}}, \quad (11.15)$$

де τ_n і τ_p – час життя, L_n і L_p – дифузійна довжина електронів і дірок відповідно, N_a і N_d – концентрація акцепторів і донорів, n_i – власна концентрація носіїв заряду матеріалу, з якого виготовлений $p-n$ -перехід. Повна густина струму неосновних носіїв з урахуванням (10.12) визначаються за формулою:

$$j_s = j_{ns} + j_{ps} \sim n_i^2 \sim \exp\left\{-\frac{W_g}{kT}\right\}. \quad (11.16)$$

Увага. Із (11.16) можна зробити висновок, що струм неосновних носіїв заряду експоненціально залежить від температури. Струм неосновних носіїв j_s компенсується струмом “гарячих” електронів із n - в p -область і “гарячих” дірок із p - в n -область. “Гарячі” носії заряду це такі електрони і дірки, енергія яких більша висоти енергетичного бар’єру W_{pn} . Концентрація цих носіїв заряду незначна:

$$p = p_p \exp\left\{-\frac{W_{pn}}{kT}\right\}, \quad (11.17),$$

$$n = n_n \exp\left\{-\frac{W_{pn}}{kT}\right\}, \quad (11.18)$$

де p_p – концентрація дірок в p -області, n_n – концентрація електронів в n -області.

11.2.5. Зворотнє зміщення

Через те, що поле від зовнішнього джерела U_0 при зворотньому зміщенні на діоді співпадає з напрямком поля всередині $p-n$ -

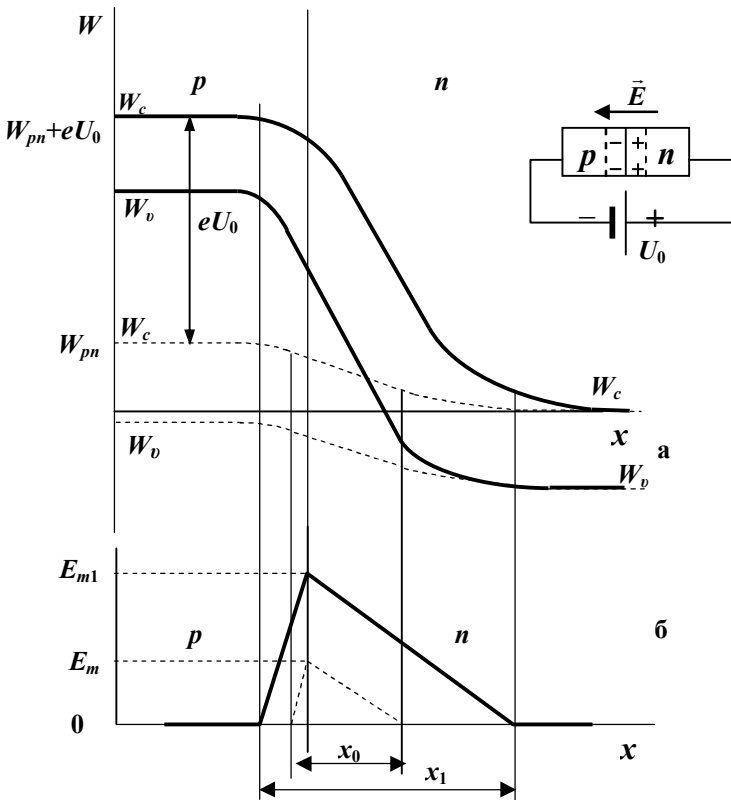


Рисунок 11.5. – Енергетична діаграма (а) і розподіл електричного поля (б) в $p-n$ -переході. Штрихові лінії – випадок відсутності зовнішньої напруги. Суцільні лінії – до діода прикладена зворотня напруга U_0 .

переходу, то напруга U_0 буде підсилювати напругу на переході $U_{pn} \approx W_{pn}/e$. В результаті цього висота потенціального бар'єру між p - і n -областями стане $U_{pn}+U_0$. Тоді у випадку різко несиметричного бар'єру його ширину x_1 і максимальну напруженість поля E_{m1} можна оцінити за формулами (11.10) і (11.11):

$$x_1 \cong x_{1n} \approx \left(\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(U_{pn}+U_0)}{eN_d} \right)^{1/2}, \quad (11.19)$$

$$E_{m1} = \left(\frac{2eN_d(U_{pn}+U_0)}{eN_d} \right)^{1/2}. \quad (11.20)$$

Зауваження. Із збільшенням U_0 максимальна напруженість E_m зростає. Проте для кожного напівпровідникового матеріалу існує граничне значення напруженості електричного поля E_i , перевищувати яке не слід. В полі, напруженість якого E_i , для Si і GaAs вона досягає значень $\sim 3 \cdot 10^5$ В/см, електрони і дірки набувають таку велику енергію, що здатні при зіткненні з атомами кристалічної ґратки напівпровідника створювати нові електрони і дірки. Напруженість E_i отримала назву напруженості пробою. Напругу пробою p - n -переходу можна визначити за формулою (11.11), а саме:

$$U_i \cong \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_i^2}{2eN_d}. \quad (11.21)$$

Якщо $N_d \cong 10^{17}$ см⁻³, $E_i = 3 \cdot 10^5$ В/см, $\varepsilon = 12$, то $U_i = 3$ В, а якщо $N_d \cong 10^{14}$ см⁻³, то $U_i = 3000$ В.

Зворотній струм. Коли до p – n -переходу зовнішня напруга не прикладена, то струм неосновних носіїв заряду врівноважується зустрічним потоком “гарячих” основних носіїв заряду. Але коли до p – n -переходу прикладене зворотнє зміщення і висота бар'єру W_{pn} збільшиться, то “гарячі” носії вже не в стані подолати бар'єр. На потік

неосновних носіїв прикладена напруга ніяк не впливає. Тому зворотній струм визначається потоком неосновних носіїв заряду (11.16) і дуже різко залежить від температури.

11.2.6. Пряме зміщення

На рис.11.6 показаний $p-n$ -перехід, до якого прикладене пряме зміщення. Поле від зовнішнього джерела U_0 направлене назустріч полю, яке існує всередині $p-n$ -області. Значить, спад

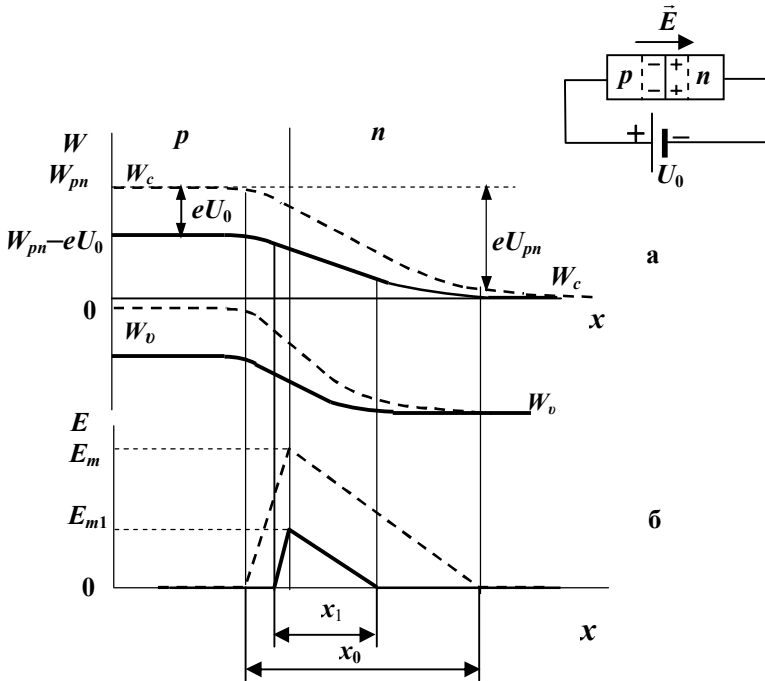


Рисунок.11.6 – Енергетична діаграма (а) і розподіл напруженості електричного поля (б) в $p-n$ переході. Штрихові лінії – випадок відсутності зовнішньої напруги. Суцільні лінії – до діода прикладене пряме зміщення.

напруги від зовнішнього джерела U_0 вираховується із бар'єрної різниці потенціалів U_{pn} , яка існувала до прикладання зовнішнього зміщення. В результаті висота потенціального бар'єру між p - і

n -областями стане дорівнювати $U_{pn} - U_0$, а висота енергетичного бар'єру відповідно

$$e(U_{pn} - U_0) = W_{pn} - eU_0.$$

При відсутності зміщення із n - в p -область “прориваються” тільки електрони, енергія яких більша висоти бар'єру eU_{pn} . Їхня концентрація дуже мала. Струм j_n , який вони створюють, дорівнює струму насичення j_{ns} (11.14) і врівноважує його. Якщо висота бар'єру зменшується на величину eU_0 , то тепер вже із n - в p -область здатні “прорватись” всі електрони, енергія яких більша висоти бар'єру $W_{pn} - eU_0$. Концентрація таких електронів згідно (11.18) дорівнює:

$$n_1 \cong n_n \exp\left\{-\frac{W_{pn} - eU_0}{kT}\right\}.$$

Таким чином, число електронів, здатних подолати бар'єр, що понизився, зростає в

$$\frac{n_1}{n} = \exp\left\{\frac{eU_0}{kT}\right\} \text{ раз.}$$

Наприклад: при $U_0 = 1$ В, $T = 300$ К, $\frac{n_1}{n} \cong 6 \cdot 10^{16}$ раз. Струм, який утворюють ці електрони, в стільки ж раз зростає і складає тепер

$$j_{n1} = j_{ns} \exp\left\{\frac{eU_0}{kT}\right\}.$$

На струм насичення j_{ns} неосновних носіїв пряме зміщення (так же як і зворотнє) не впливає. Таким чином, електронна складова струму через $p - n$ -перехід при його прямому включенні буде:

$$j_n(U_0) = j_{n1} - j_{ns} = j_{ns} \left(\exp\left\{\frac{eU_0}{kT}\right\} - 1 \right). \quad (11.22)$$

Аналогічно діркова складова прямого струму

$$j_p(U_0) = j_{ps} \left(\exp \left\{ \frac{eU_0}{kT} \right\} - 1 \right). \quad (11.23)$$

Повний струм через $p-n$ -перехід дорівнює сумі електронної і діркової складових і дорівнює

$$j(U_0) = j_n(U_0) + j_p(U_0) = j_s \left(\exp \left\{ \frac{eU_0}{kT} \right\} - 1 \right), \quad (11.24)$$

де $j_s = j_{ns} + j_{np}$.

Зауваження: 1) Із (11.22) і (11.23) видно, що

$$\frac{j_p(U_0)}{j_n(U_0)} = \frac{j_{ps}}{j_{ns}}.$$

В різко несиметричному переході (сильно легованою є p -область переходу) $j_{ps} \gg j_{ns}$. Значить, при любых зміщеннях в такому переході основний вклад в загальний струм в області бар'єру вносять дірки.

2) Формула (11.24) описує залежність струму через перехід від прикладеної напруги при любых зміщеннях і прямих, і зворотніх. Тільки при прямій прикладеній напрузі величину U_0 треба вважати додатною, а при зворотній – від'ємною.

3) При отриманні формули (11.24) вважалось, що вся прикладена до діода напруга U_0 падає на $p-n$ -переході, тобто, що опір $p-n$ -переходу набагато більший, ніж всі інші послідовно ввімкнені з ним опори: опір n -області, p -області, опір контактів до діода і т. п. При зворотній напрузі таке припущення справедливо. Опір бар'єру ($p-n$ -переходу) є великий вже при нульовому зміщенні. При прямому зміщенні справа дещо інша, із збільшенням прямої напруги опір бар'єру різко зменшується! Значить не вся прикладена напруга U_0 падає на $p-n$ -переході. Значна частина напруги падає на послідовно ввімкнених з переходом контактах, n - і p -областях. Тому висота бар'єру $p-n$ -переходу знизиться не на eU_0 , а на дещо меншу величину. В результаті ситуація, коли

$$eU_0 > W_{pn} \left(n_1 \cong n_n \exp \left\{ - \frac{W_{pn} - eU_0}{kT} \right\} > n_n \right) \text{ стає неможливою.}$$

Найбільше, чого можна добитись, збільшуючи пряму напругу на діоді, – це дуже сильно зменшити висоту бар'єру (як деколи говорять – “спрямити” бар'єр). Але досягнутий ефект вимагає, щоб густина струму через діод складала десятки і навіть сотні тисяч А/см².

11.3. Питання на самопідготовку

1. Чим визначається глибина проникнення електричного поля в напівпровідник?
2. Як визначається контактна різниця потенціалів p - і n -областей напівпровідника?
3. Які $p - n$ переходи називають різко несиметричними?
4. Які знаєте основні параметри $p - n$ переходу і чим вони обумовлені?
5. Від чого суттєво залежить густина струму неосновних носіїв заряду через $p - n$ - перехід?
6. Що означає зворотнє зміщення для $p - n$ - переходу?
7. Ширина бар'єру і струм через $p - n$ -перехід при зворотньому зміщенні.
8. Що означає пряме зміщення для $p - n$ -переходу?
9. Висота бар'єру і струм через $p - n$ -перехід при прямому зміщенні.
10. Чим визначається максимальне значення висоти потенціального бар'єру $p - n$ -переходу?
11. Чим обумовлена бар'єрна ємність $p - n$ -переходу?

11.4. Методичні вказівки

Розв'язування задач необхідно починати з аналізу її умови. Зробити розумні припущення. Потім переглянути теоретичний матеріал даного посібника і вибрати формули та співвідношення, за допомогою яких можна розв'язати задачу. Як правило, отриманий

числовий результат розв'язаної задачі має оціночний характер і до цього треба відноситись з відповідним розумінням. Прочитайте ще раз методичні вказівки (10.4) даного посібника.

11. 5. Приклади розв'язування задач

Задача 11.1. Розрахувати глибину проникнення електричного поля приповерхневого бар'єру і максимальне значення напруженості цього поля в напівпровіднику GaAs. Розрахунки виконати для двох рівнів легування: $N_{d1} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $N_{d2} = 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Прийняти, що для цих двох випадків легування приповерхнева різниця потенціалів однакова і дорівнює $U_s = 0,2 \text{ В}$.

Розв'язок. Скориставшись формулами (11.2) і (11.3), отримаємо для першого рівня легування:

$$x_1 \cong \left(\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_s}{eN_{d1}} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 12 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,2}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{16}} \right)^{1/2} = \\ = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$$

$$E_{m1} \cong \left(\frac{2eN_{d1} U_s}{\varepsilon\varepsilon_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{16} \cdot 0,2}{12 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \right)^{1/2} = \\ = 2,4 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 24 \text{ В/см.}$$

Аналогічно для другого рівня легування:

$$x_2 = \left(\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_s}{eN_{d2}} \right)^{1/2} = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ см,}$$

$$E_{m2} \cong \left(\frac{2eN_{d2} U_s}{\varepsilon\varepsilon_0} \right)^{1/2} = 2,4 \cdot 10^6 \text{ В/см.}$$

Висновки: Відстань між сусідніми атомами кристалічної ґратки в твердому тілі складає $5 \text{ \AA} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$. Тому в першому випадку легування поле приповерхневого бар'єру проникає в глибину напівпровідника на товщину порядку 300000 атомних шарів. В другому випадку легування – 3 - 4 атомних шарів.

Задача 11.2. Виготовлений із кремнію $p - n$ -перехід знаходиться при температурі 300 К; p -область переходу легована атомами бору (елемент III групи періодичної системи елементів), концентрація яких 10^{21} м^{-3} . Область n -переходу легована атомами фосфору (елемент V групи), концентрація яких 10^{20} м^{-3} . Розрахувати висоту потенціального бар'єру.

Розв'язок. Скористаємось формулою (11.6). Будемо вважати, що $n \cong N_d$ і $p \cong N_a$, так як $N_d \gg n_i$ і $N_a \gg n_i$.

Тоді

$$W_{pn} = kT \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}.$$

Враховуючи те, що згідно табл. 12 додатків $n_i = 1,1 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$, отримаємо:

$$U_{pn} = \frac{W_{pn}}{e} = 0,026 \cdot \ln \frac{10^{41}}{(1,1 \cdot 10^{16})^2} \text{ В} \approx 0,53 \text{ В}$$

Задача 11.3. В кремнієвому різконесиметричному діоді, який призначений для випромінювання низьких напруг, концентрація донорів в n -області може складати $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Визначити ширину і максимальну напруженість електричного поля бар'єру.

Розв'язок. Згідно формул (11.10) і (11.11) і даних табл. 12 додатків отримаємо:

$$x_n = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 U_{pn}}{e N_d} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 12,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{23}} \right)^{1/2} =$$

$$= 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,12 \text{ мкм},$$

$$E_m = \left(\frac{2eN_d U_{pn}}{\varepsilon \varepsilon_0} \right)^{1/2} =$$

$$= \left(\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{23} \cdot 1,1}{12,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \right)^{1/2} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ В/м.}$$

Задача 11.4. В кремнієвому потужному високовольтному випрямляючому діоді концентрація донорів в n -області $N_d = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, концентрація акцепторів в p -області $N_a = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ (різко несиметричний перехід). Визначити ширину і максимальну напруженість електричного поля бар'єру.

Розв'язок. Як і в попередній задачі скористаємось формулами (11.10) і (11.11) і даними табл.12 додатків. При цьому згадаємо, що напруга на бар'єрі U_{pn} (в вольтах) чисельно дорівнює енергетичній висоті бар'єру, яка приблизно дорівнює ширині забороненої зони W_g (в електрон-вольтах). Розрахунки дають: Ширину бар'єру

$$x_n \cong \left(\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_{pn}}{eN_d} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 12,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{19}} \right)^{1/2} =$$

$$= 1,23 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 12,3 \text{ мкм.}$$

Максимальну напруженість електричного поля на границі розділу p - і n -областей

$$E_m \cong \left(\frac{2eN_d U_{pn}}{\varepsilon \varepsilon_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{19} \cdot 1,1}{12,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \right)^{1/2} =$$

$$= 1,8 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$$

Задача 11.5. В кремнієвому різконеси-метричному $p-n$ -переході ($N_a \gg N_d$) максимальна напруженість електричного поля в переході $E_m \cong 1,8 \cdot 10^5 \text{ В/м}$. Оцінити ширину $p-n$ -переходу.

Розв'язок. В різконесиметричному $p-n$ -переході практично вся напруга на бар'єрі U_{pn} падає на n -область. Тому функція $E(x)$ має вид показаний на рисунку 11.7. Враховуючи, що $|E(x)| = \frac{dU}{dx}$, отримаємо, що $U_{pn} \cong \frac{1}{2} E_m \cdot x_n$. Згідно формули (11.5) $U_{pn} = W_g/e$, а тому

$$x_n \cong \frac{2W_g}{eE_m} = \frac{2 \cdot 1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,8 \cdot 10^5} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 12 \text{ мкм.}$$

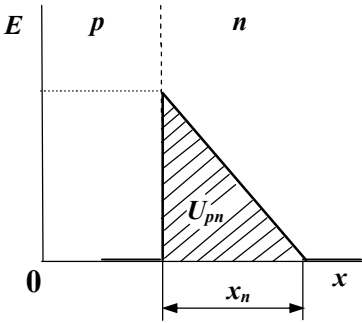


Рис. 11.7.

Задача 11.6. Кремнієвий різко несиметричний $p-n$ -перехід містить концентрацію донорів в слабо легованій області $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, а концентрацію акцепторів в сильно легованій області $N_a = 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Оцінити густину дифузійних струмів електронів і дірок через $p-n$ -перехід.

Розв'язок. Для розв'язування задачі скористаємось формулами (11.12) і (11.13) і даними таблиці 12 додатків. Щоб розрахувати величини струмів, необхідно знати (оцінити) значення градієнтів концентрацій dp/dx і dn/dx . Для розрахунку цих похідних будемо враховувати, що $N_a \gg N_d$ і тому перехід є різко несиметричним. В цьому випадку ширина переходу $x \cong x_n$, тобто електричне поле переходу зосереджене в основному у n -області. Згідно формули (11.10):

$$x_n \cong \left(\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_{pn}}{eN_d} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 12,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{22}} \right)^{1/2} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Тоді середні значення градієнтів концентрацій будуть:

$$\frac{dn}{dx} \cong \frac{N_d}{x_n} = \frac{10^{22}}{4 \cdot 10^{-7}} = 2,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-4},$$

$$\frac{dp}{dx} \cong \frac{N_a}{x_n} = \frac{10^{24}}{4 \cdot 10^{-7}} = 2,5 \cdot 10^{30} \text{ м}^{-4}$$

і відповідні густини струмів дорівнюватимуть:

$$\begin{aligned} j_{Dn} &= eD_n \frac{dn}{dx} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 34 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^{28} \cong \\ &\cong 1,36 \cdot 10^7 \text{ А/м}^2 = 1,36 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2; \\ |j_{Dp}| &= eD_p \frac{dp}{dx} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 13 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^{30} \cong \\ &\cong 52 \cdot 10^7 \text{ А/м}^2 = 52 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2. \end{aligned}$$

Повна густина дифузійного струму буде дорівнювати:

$$j_D = j_{Dn} + |j_{Dp}| = 53,36 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2.$$

Висновки. З ростом рівня легування, густина дифузійного струму збільшується, так як N_d і N_a зростають, а ширина області об'ємного заряду (ширина p - n переходу) зменшується. Для реальних рівнів легування $N \sim 10^{23} \div 10^{25} \text{ м}^{-3}$ величина j_D може складати мільйони А/см^2 .

Задача 11.7. Оцінити величину густини дрейфового струму неосновних носіїв заряду із p - в n -область германієвого, кремнієвого і арсенід галієвого діодів при кімнатній температурі. Час життя електронів прийняти за 10^{-6} с, концентрацію акцепторів в p -області $N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

Розв'язок. Густина дрейфового струму будемо розраховувати за формулою (11.14). При цьому використаємо дані табл. 12 додатків. Розрахунки дають:

Для германієвого діода

$$\begin{aligned} j_{ns} &= \frac{en_i^2}{N_a} \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (2,4 \cdot 10^{19})^2}{10^{22}} \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}}} = \\ &= 0,92 \text{ А/м}^2 \cong 1 \text{ мкА/мм}^2. \end{aligned}$$

Для кремнієвого –

$$j_{ns} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (1,1 \cdot 10^{16})^2}{10^{22}} \sqrt{\frac{3,4 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}}} =$$
$$= 1,13^{-7} \text{ А/м}^2 \cong 10^{-7} \text{ мкА/мм}^2.$$

Для арсенід галієвого –

$$j_{ns} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (1,4 \cdot 10^{13})^2}{10^{22}} \sqrt{\frac{25 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}}} =$$
$$5 \cdot 10^{-13} \text{ А/м}^2 = 5 \cdot 10^{-13} \text{ мкА/мм}^2.$$

Висновок. Густина дрейфового струму неосновних носіїв заряду через германієвий $p-n$ -перехід в $5 \cdot 10^{13}$ раз більша, ніж через арсенід галієвий перехід. Це обумовлено в основному тим, що $j_{ns} \sim n_i^2$.

Задача 11.8. Приймаючи густину струму насичення неосновних носіїв заряду при кімнатній температурі ($T_0 = 300 \text{ К}$) за умовну одиницю, розрахувати збільшення цього струму при температурі 80°C (353 К), 150°C (423 К), 250°C (523 К) для германієвого, кремнієвого і арсенід галієвого $p-n$ -переходу.

Розв'язок. Згідно формули (11.16) густина струму насичення неосновних носіїв:

$$j_s \sim n_i^2 \sim \exp\left\{-\frac{W_g}{kT}\right\},$$

де W_g – ширина забороненої зони напівпровідника. Тоді відношення струмів, яке необхідно знайти, буде дорівнювати:

$$\frac{j_s(T)}{j_s(T_0)} = \frac{\exp\left\{-\frac{W_g}{kT}\right\}}{\exp\left\{-\frac{W_g}{kT_0}\right\}} = \exp\left\{\frac{W_g}{k}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right\}.$$

Скориставшись даними табл. 12 додатків. для германієвого $p - n$ -переходу при $T = 353$ К отримаємо:

$$\frac{j_s(353K)}{j_s(300K)} = \exp\left\{\frac{0,72}{8,625 \cdot 10^{-3}}\left(\frac{1}{300} - \frac{1}{353}\right)\right\} = 65.$$

Результати розрахунків для різних температур та інших $p-n$ -переходів приведені в табл. 1.

Таблиця 1

T, K $p-n$ перехід	300	353	423	523
Ge	1	65	$3,3 \cdot 10^3$	$1,4 \cdot 10^5$
Si	1	592	$2,3 \cdot 10^5$	$7,45 \cdot 10^7$
GaAs	1	$3,4 \cdot 10^3$	$6,8 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{10}$

З урахуванням результатів задачі (11.7) і даних табл. 1 приведемо значення сили струму j_s в абсолютних величинах.

Таблиця 2

T, K $p-n$ перехід	300	353	423	523
	$j_s, \text{mA/cm}^2$			
Ge	0,1	6,5	330	$1,4 \cdot 10^4$
Si	10^{-8}	$6 \cdot 10^{-6}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	0,75
GaAs	$5 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-10}$	$3,4 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-4}$

Із табл. 2 видно, що при $T = 80^\circ\text{C}$ (353K) значення j_s для германієвого діода складає $\sim 6,5 \text{ mA/cm}^2$, що є значною величиною.

Тому температура $+80^{\circ}\text{C}$ є максимально можлива робоча температура для германієвих діодів.

Кремнієві $p-n$ -структури зберігають працездатність до температури $+150^{\circ}(423\text{K})$. При такій температурі густина струму насичення в кремнієвих діодах зростає порівняно з кімнатною в 230000 раз. Проте ця густина струму все таки значно менша, ніж аналогічна величина в германієвих $p-n$ -структурах при кімнатній температурі.

Арсенід-галієві діоди можуть працювати при підвищенні температури до $+250^{\circ}\text{C}$ (523K). При цьому величина j_s зростає порівняно з її значенням при кімнатній температурі в 10^{10} раз і є всього $5 \cdot 10^{-4}$ мА/см².

Можемо зробити висновок, що чим більша ширина забороненої зони W_g матеріалу, з якого виготовлений діод, тим вища гранична температура роботи діода і тим менше значення густини струму j_s .

Задача 11.9. У потужного кремнієвого високовольтного різко несиметричного ($N_a \gg N_d$) випрямляючого діода площа переходу $S = 20 \text{ см}^2$, $N_d = 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Розрахувати ємність переходу при відсутності зовнішньої зворотньої напруги U_0 на діоді, а також при $U_0 = 1000 \text{ В}$.

Розв'язок. Якщо представити, що $p-n$ -перехід представляє собою плоский конденсатор, то ємність такого конденсатора можна розрахувати за формулою:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{x},$$

де S – площа переходу, x – ширина $p-n$ -переходу. Для різконесиметричного $p-n$ -переходу x можна розрахувати за формулою (11.19) і тоді:

$$C = \left(\frac{e \epsilon \epsilon_0 N_d}{2(U_{pn} + U_0)} \right)^{1/2} \cdot S.$$

Якщо $U_0 = 0$, то

$$C = \left(\frac{e \epsilon \epsilon_0 N_d}{2U_{pn}} \right)^{1/2} \cdot S.$$

Прийнявши згідно табл.12 додатків, $U_{pn} = 1,1$ В; $\varepsilon = 12,5$ отримаємо: при $U_0 = 0$

$$C = \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 12,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{19}}{2 \cdot 1,1} \right)^{1/2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \Phi \approx \\ \approx 1,8 \cdot 10^{-8} \Phi = 18000 \text{ пФ};$$

при $U_0 = 1000$ В, $C = 6 \cdot 10^{-10} \Phi = 600$ пФ.

Задача 11.10. Площа p - n -переходу кремнієвого діода $S = 20$ см², $N_d = 10^{13}$ см⁻³. При кімнатній температурі і напрузі на діоді $U_0 = 100$ В типова величина зворотнього струму $I_s = 0,5$ мА. Порівняти активний і реактивний опори p - n -переходу для частот $\nu_1 = 50$ Гц і $\nu_2 = 400$ Гц.

Розв'язок. Активний опір p - n -переходу знайдемо згідно закону Ома за формулою:

$$R = \frac{U_0}{I_s} = \frac{100}{0,5 \cdot 10^{-3}} \text{ Ом} = 2 \cdot 10^5 \text{ Ом}.$$

Реактивний опір p - n -переходу будемо знаходити за формулою:

$$Z = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}.$$

Згідно розв'язку задачі (11.9) ємність p - n -переходу знайдемо за формулою:

$$C = \left(\frac{e\varepsilon\varepsilon_0 N_d}{2(U_{pn} + U_0)} \right)^{1/2} \cdot S.$$

Після підстановки числових значень отримаємо:

$$C = \left(\frac{1,6 \cdot 12,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{19}}{2(1,1 + 100)} \right)^{1/2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \Phi \approx 2 \cdot 10^{-9} \Phi = 2 \text{ нФ}.$$